باب 6

کام،توانائی اور طاقت
(Work, Energy and Power)

6.1 تعارف (Introduction)

روز مرّہ کی بول چال میں ہم اکثر کام،توانائی اور طاقت کا لفظ استعمال کرتے ہیں۔کسان کھیت میں ہل چلاتا ہے،مزدور اینٹ ڈھوتا ہے، طالب علم امتحان کی تیاری کرتا ہے،مصوّر مناظر کی تصویر کشی کرتا ہے تو کہا جاتا ہے کہ یہ سب کام کررہے ہیں۔طبیعات میں لفظ کام کی ایک خاص متعین تعریف ہے۔اگر کوئی 14 سے 16 گھنٹہ فی دن کام کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے تو کہا جاتا ہے اس میں کافی سکت (جان) (stamina) یا توانائی ہے۔ہم زیادہ دور تک دوڑنے والے کی تعریف اس کی توانائی یا سکت کی بنا پر کرسکتے ہیں۔اس طرح توانائی کسی کام کرنے کی استعداد ہے۔طبیعات میں بھی اصطلاح توانائی،کام سے اسی طرح منسلک ہے،لیکن جیسا کہ اوپر کہا جاچکا ہے کام کی اپنی تعریف کہیں زیادہ دقیق طور پر کی جاتی ہے۔عام طور پر ہم لفظ طاقت (power) کا استعمال روز مرّہ کی زندگی میں مختلف طرح سے کرتے ہیں۔کراٹے اور مکّے بازی میں ہم طاقتور مکّے کی بات کرتے ہیں۔طاقتور مکّا وہی مانا جاتا ہے جو تیز رفتار سے مارا جاتا ہے۔طبیعات میں لفظ طاقت کے معنی اس سے ملتے جلتے ہیں۔ہم یہ دیکھیں گے کہ ان اصطلاحات کی طبیعی تعریف اور ان الفاظ کے ذریعہ ہمارے ذہنوں میں تخلیق ہوئی تصویروں کے درمیان کمزور سی ہم رشتگی پائی جاتی ہے۔اس باب کا اصل مقصد ان تینوں طبیعی مقدار کو سمجھنے کی صلاحیت پیدا کرنا ہے۔اب آگے بڑھنے سے پہلے ہم دو سمتی مقداروں کے غیر سمتی حاصلِ ضرب کے بارے میں مطالعہ کریں گے۔

6.1.1 غیر سمتی حاصلِ ضرب (The Scalar Product)

ہم سمتیہ کے بارے میں باب 4 میں پڑھ چکے ہیں۔طبیعی مقداریں جیسے نقل، رفتار، اسراع، قوت وغیرہ یہ سب سمتیہ ہیں۔ہم یہ بھی پڑھ چکے ہیں کہ کس طرح سمتیہ کو جوڑا اور گھٹایا جاتا ہے۔اب ہمیں سمتیہ کے ضرب کے بارے میں مطالعہ کرنا ہے۔سمتیہ کے ضرب کے لیے دو طریقے ہیں۔ایک طریقہ جسے غیر سمتی حاصلِ ضرب کہا جاتا ہے اس میں دو سمتیہ، غیر سمتی مقدار بناتے ہیں۔دوسرا طریقہ جسے سمتی حاصلِ ضرب کہا جاتا ہے اس میں دو سمتیہ، سمتی مقدار بناتے ہیں۔اسے ہم

باب 7 میں بھی دیکھ سکتے ہیں۔ یہاں اب ہم دوسمتیہ کے غیرسمتی حاصلِ ضرب کی مثال لیتے ہیں۔ دوسمتی مقدار A اور B کا غیرسمتی ضربیہ یا ڈاٹ پراڈکٹ، جسے $\vec{A}.\vec{B}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے ($\vec{A}$ ڈاٹ $\vec{B}$ پڑھا جاتا ہے)، اس طرح ہوگا۔

$$A.B = ABCos\theta \qquad (6.1\ a)$$

یہاں θ دوسمتی مقداروں کے بیچ کا زاویہ ہے جسے ہم شکل 6.1(a) میں دیکھ سکتے ہیں۔ چونکہ A، B، $\cos\theta$ غیرسمتی مقداریں ہیں اس لیے ڈاٹ پراڈکٹ بھی غیرسمتی مقدار ہوگا۔ $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ دونوں میں سے ہر ایک سمتیہ کی متعین سمت ہے لیکن ان کے عددی حاصل ضرب (scalar product) کی کوئی سمت نہیں ہے۔

مساوات 6.1(a) سے

$$\mathbf{A.B} = A\ (B\ \cos\theta)$$
$$= B\ (A\ \cos\theta)$$

جیومیٹری کے مطابق $B\cos\theta$، A کا $\vec{B}$ پر ظل (projection) ہے (شکل 6.1(a)) اور $A\cos\theta$، **B** کا $\vec{A}$ پر ظل ہے (شکل 6.1(c))۔ اس لیے **A.B**، A کی عددی قدر اور A کی سمت میں B کے جز کا حاصل ضرب ہے۔ متبادل طور پر، یہ B کی عددی قدر اور B کی سمت میں A کے جز کا حاصلِ ضرب ہے۔

مساوات (6.1 a) سے ظاہر ہوجاتا ہے کہ عددیہ حاصلِ ضرب (scalar product) تقلیبی قانون (commutative law) کی تعمیل کرتا ہے۔

$$\mathbf{A.B} = \mathbf{B.A}$$

عددیہ حاصلِ ضرب تقسیمی قانون (distributive law) کی بھی تعمیل کرتا ہے۔

$$\mathbf{A.(B+C)} = \mathbf{A.B+A.C}$$
$$\mathbf{A.}\ (\lambda\mathbf{B}) = \lambda\ (\mathbf{A.B})$$

یہاں λ ایک حقیقی نمبر ہے۔

درج بالا مساوات کی تصدیق آپ کے لیے چھوڑ دی گئی ہے۔

اکائی سمتیوں $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ کے لیے ہم پاتے ہیں

$$\hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}.\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{k}} = I$$
$$\hat{\mathbf{i}}.\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{j}}.\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{i}} = 0$$

دیئے گئے دوسمتیوں

$$\mathbf{A} = A_x\,\hat{\mathbf{i}} + A_y\,\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{B} = B_x\,\hat{\mathbf{i}} + B_y\,\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

کا عددیہ حاصلِ ضرب ہے :

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right)\cdot\left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \qquad (6.1b)$$

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A} = A_x A_x + A_y A_y + A_z A_z \qquad (i)$$

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \qquad (6.1c)$$

غیرسمتی ضربیہ کے تعریف اور مساوات (6.1 b) کے مطابق

$$\mathbf{A.A} = A_x A_x + A_y A_y + A_z A_z$$
$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$

کیونکہ

شکل 6.1 (a) سمتیوں **A** اور **B** کا عددیہ حاصلِ ضرب عددیہ ہوتا ھے۔ (b): **A.B** $= AB\ \cos\theta$ (b) $B\cos\theta$، **B** کا **A.** پرظل ھے (c) $A\cos\theta$، A کا B پر ظل ھے

$$\mathbf{A.A} = |\mathbf{A}||\mathbf{A}|\cos 0 = A^2$$

(ii) اگر **A** اور **B** عمودی ہوں تو $\mathbf{A.B} = 0$

> **مثال 6.1** قوت، اکائی $\mathbf{F} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - s\hat{k})$ اور نقل اکائی $\mathbf{d} = (5\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$ کے درمیان زاویہ معلوم کریں۔ F کا d پر ظِل بھی معلوم کریں۔

جواب $\mathbf{F.d} = F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z$

$= 3(5) + 4(4) + (-3)(3)$

$= 16$ اکائی

اس لیے $\mathbf{F.d} = Fd\cos\theta = 16$ (اکائی)

اب $\mathbf{F.F} = F^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2$

$= 9 + 16 + 25$

$= 50$ اکائی

$\mathbf{d.d} = d^2 = d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$

$= 25 + 16 + 9$

$= 50$ اکائی

$$\therefore \cos\theta = \frac{16}{\sqrt{50}\sqrt{50}} = \frac{16}{50} = 0.32$$

$$\theta = \cos^{-1} 0.32$$

6.2 کام اور حرکی توانائی کے تصورات : کام ۔ توانائی مسئلہ (NOTIONS OF WORK AND KINETIC ENERGY: THE WORK-ENERGY THEOREM)

باب 3 میں مستقل اسراع a کے تحت مستقیم حرکت کے لیے آپ درج ذیل رشتہ پڑھ چکے ہیں۔

$$v^2 - u^2 = 2as$$

جہاں u اور v علی الترتیب ابتدائی اور آخری چال اور 's' شے کے ذریعے طے کی گئی دوری ہے۔ دونوں اطراف کو m/2 سے ضرب کرنے پر

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = m\,as = F.s \qquad (6.2a)$$

جہاں آخری قدم نیوٹن کے دوسرے قانون سے حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح سمتیوں کے استعمال کے ذریعے مساوات (6.1) کی سہ ابعادی عمومی شکل حاصل کی جاسکتی ہے :

$$v^2 - u^2 = 2\,\mathbf{a.d}$$

ایک بار پھر دونوں اطراف کو m/2 سے ضرب کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں،

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = m\mathbf{a.d} = F.\mathbf{d} \qquad (6.2\ b)$$

درج بالا مساوات کام اور حرکی توانائی کی تعریفوں کے لیے تحریک (motivation) فراہم کرتی ہے۔ مساوات (6.2) میں بائیں جانب شے کی کمیت کے نصف اور اس کی چال کے مربع کے حاصل ضرب کی آخری اور ابتدائی قدروں کا فرق ہے۔ ہم ان میں سے ہر ایک مقدار کو 'حرکی توانائی' کہتے ہیں اور علامت K سے ظاہر کرتے ہیں۔ مساوات میں دائیں جانب نقل اور نقل کی سمت میں قوت کے جز کا حاصلِ ضرب ہے۔ اس مقدار کو 'کام' کہتے ہیں اور اسے علامت W سے ظاہر کرتے ہیں۔ لہٰذا مساوات (6.2) کو درج ذیل طرح لکھ سکتے ہیں:

$$K_f - K_i = W \qquad (6.3)$$

جہاں K_i اور K_f شے کی ابتدائی اور آخری حرکی توانائیاں ہیں۔ کام کسی شے پر لگنے والی قوت اور اس کے ذریعے ہونے والے نقل کے مابین رشتے کو بتاتا ہے۔ لہٰذا، ایک جسم پر ایک خاص نقل کے دوران، ایک قوت

کے ذریعے کام کیا جاتا ہے۔

مساوات (6.2) کام–توانائی (WE) مسئلہ کی ایک خاص حالت ہے جو یہ ظاہر کرتی ہے کہ ایک ذرّے کی حرکی توانائی میں ہونے والی تبدیلی، کُل قوت کے ذریعے اس ذرّہ پر کیے گئے، کام کے مساوی ہوتی ہے۔ایک تبدیل ہوتی ہوئی قوت کے لیے مندرجہ بالا استخراج (derivation) کی عمومی شکل، ہم بعد کے حصّہ میں حاصل کریں گے۔

مثال 6.2 ہم اچھی طرح جانتے ہیں کہ بارش کی بوند نیچے کی طرف لگنے والی ارضی کشش قوت اور بوند کے گرنے کی سمت کے خلاف لگنے والی مزاحمتی قوت کے اثر کے تحت گرتی ہے۔ مزاحمتی قوت بوند کی چال کے متناسب لیکن غیر متعین ہوتی ہے۔ مانا کہ 1.00g کمیت کی بارش کی بوند 1.00 km اونچائی سے گر رہی ہے۔ یہ زمین پر $50.0\ m\ s^{-1}$ کی چال سے گرتی ہے۔
(a) ارضی کشش قوت کے ذریعہ کیا گیا کام کیا ہے؟ (b) نامعلوم مزاحمتی قوت کے ذریعے کیا گیا کام کیا ہے؟

جواب (a) بارش کی بوند کی حرکی توانائی میں تبدیلی

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$= \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 50 \times 50$$

$$= 1.25 \ J$$

یہاں ہم نے یہ فرض کرلیا ہے کہ بوند سکون کی حالت سے گرنا شروع کرتی ہے۔

مان لیجیے کہ g ایک مستقلہ ہے، جس کی قدر $10\ m\ s^{-2}$ ہے۔ارضی کشش قوت کے ذریعے کیا گیا کام

$$W_g = m g h$$

$$= 10^{-3} \times 10 \times 10^3$$

$$= 10.0 \ J$$

(b) کام – توانائی مسئلہ کی رو سے

$$\Delta K = W_g + W_r$$

جہاں W_r بوند پر مزاحم قوت کے ذریعے کیا گیا کام ہے۔لہٰذا

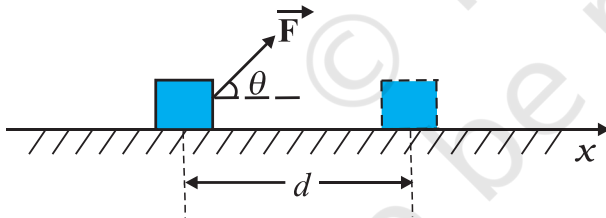
$$W_r = \Delta K - W_g$$

$$= 1.25 - 10$$

$$= -8.75 \ J$$

منفی ہے۔

6.3 کام (WORK)

درج بالا سیکشن میں آپ نے دیکھا کہ کام کا تعلق قوت اور اس قوت کے ذریعے ہونے والی شے کی نقل سے ہوتا ہے۔ مانا کہ ایک مستقلہ قوت **F**، کسی m کمیت کے جسم پر لگ رہی ہے جس کے سبب مثبت x– سمت میں ہونے والا، جسم کا نقل **d** ہے جیسا کہ شکل 6.2 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 6.2 کسی جسم میں ہونے والا، لگائی گئی قوت **F** کے سبب، نقل **d**۔

لہٰذا کسی قوت کے ذریعے کیا گیا کام، ''قوت کے نقل کی سمت میں جزو اور نقل کی عددی قدر کے حاصل ضرب کی شکل میں'' معرف کیا جاتا ہے۔ لہٰذا

$$W = (F \cos \theta)\ d = \mathbf{F.d} \qquad (6.4)$$

ہم دیکھتے ہیں کہ اگر شے کا نقل صفر ہے تو قوت کی قدر کتنی ہی زیادہ کیوں نہ ہو، شے کے ذریعے کیا گیا کام صفر ہوتا ہے۔ جب کبھی آپ کسی اینٹوں کی مضبوط دیوار کو دھکا دیتے ہیں تو آپ کے ذریعے

دیوار پر لگائی گئی قوت کوئی کام نہیں کرتی۔ اس عمل میں آپ کے عضلات متبادل طور پر سکڑ اور پھیل رہے ہیں۔ اور اندرونی توانائی لگاتار ضائع ہو رہی ہے اور آپ تھک جاتے ہیں۔ طبیعیات میں کام کا مطلب اس کے روزمرہ بول چال کے استعمال کے معنی سے مختلف ہے۔

کوئی بھی کام تب تک انجام ہوا نہیں مانا جاتا ہے جب تک کہ:

(i) شے کا نقل صفر ہے، جیسا کہ پچھلی مثال میں آپ نے دیکھا۔ کوئی ویٹ لفٹر 150 kg کمیت کے وزن کو 30 s تک اپنے کندھے پر لگاتار اٹھائے ہوئے کھڑا ہے تو وہ اس دوران کوئی کام نہیں کر رہا ہے۔

(ii) قوت صفر ہے۔ کسی ہموار افقی میز پر متحرک بلاک پر کوئی افقی قوت (کیونکہ یہاں رگڑ نہیں ہے) کام نہیں کرتی ہے، لیکن جسم کے نقل کی قدر بڑی ہوسکتی ہے۔

(iii) اگر قوت اور نقل باہمی طور پر عمودی ہیں تو کام صفر ہوگا کیونکہ: $\theta = \pi/2$ rad $(= 90^0)$, $\cos(\pi/2) = 0$۔ ہموار افقی میز پر متحرک جسم پر ارضی کشش mg کوئی کام نہیں کرتی ہے کیونکہ یہ نقل کے عمودی لگی ہوتی ہے۔ زمین کے گرد چاند کا محور تقریباً دائری ہے۔ اگر ہم چاند کے محور کو پوری طرح سے دائری مان لیں تو زمین کی مادی کشش قوت کوئی کام نہیں کرتی ہے کیونکہ چاند کی ساعتی نقل مماسی ہے جب کہ زمین کی قوت اندر کی جانب نصف قطری سمت میں (radially inwards) ہے، یعنی $\theta = \pi/2$۔

کام مثبت منفی دونوں طرح کا ہوسکتا ہے۔ اگر θ، 0^0 اور 90^0 کے درمیان ہے تو مساوات (6.4) میں $\cos\theta$ کی قدر مثبت ہے اور اگر θ، 90^0 اور 180^0 کے درمیان ہے تو مساوات میں $\cos\theta$ کی قدر منفی ہوگی۔ متعدد مثالوں میں رگڑ قوت نقل کی مزاحمت کرتی ہے اور $\theta = 180^0$ ہوتا ہے تب رگڑ قوت کے ذریعے کیا گیا کام منفی ہوتا ہے۔ $(\cos 180^0 = -1)$۔

مساوات (6.4) سے ظاہر ہے کہ کام اور توانائی کے ابعاد یکساں ہیں $[ML^2T^{-2}]$۔ برطانوی طبیعیات داں جیمس پریس کاٹ جول (1811 تا 1869) کے اعزاز میں ان کی SI اکائی جول (Joule, J) کہلاتی ہے۔ چونکہ کام اور توانائی طبیعی تصورات کی شکل میں بڑے پیمانے پر استعمال کیے جاتے ہیں، لہٰذا ان کی بہت سی متبادل اکائیاں ہیں، جن میں سے کچھ جدول 6.1 میں درج فہرست ہیں۔

جدول 6.1 کام/توانائی کی متبادل اکائیاں (جول میں)

ارگ (erg)	10^{-7} J
الیکٹران وولٹ [electron-volt (eV)]	1.6×10^{-19} J
کیلوری [calorie (cal)]	4.186 J
کلوواٹ گھنٹہ [(kilowatt-hour (kWh)]	3.6×10^{6} J

مثال 6.3 کوئی سائیکل سوار بریک لگانے پر پھسلتا ہوا 10 m دور جا کر رکتا ہے۔ اس عمل کے دوران سڑک کے ذریعے سائیکل پر لگائی گئی قوت 200 N ہے جو اس کی حرکت کے مخالف ہے۔ (a) سڑک کے ذریعے سائیکل پر کتنا کام کیا گیا؟ (b) سائیکل کے ذریعے سڑک پر کتنا کام کیا گیا؟

جواب سڑک کے ذریعے سائیکل پر کیا گیا کام، سڑک کے ذریعے سائیکل پر لگائی گئی روکنے کی قوت (رگڑ کی قوت) کے ذریعے کیا گیا کام ہے۔ (a) یہاں روکنے والی قوت اور سائیکل کے نقل کے درمیان زاویہ 180^0 (یا π rad) ہے۔ لہٰذا سڑک کے ذریعے کیا گیا کام ہے۔

$$W_r = Fd\cos\theta$$
$$= 200 \times 10 \times \cos\pi$$
$$= -2000\ \text{J}$$

یہی وہ منفی کام ہے جو سائیکل کو روک دیتا ہے۔ یہ W-E مسئلہ سے ہم آہنگ ہے۔

(*b*) نیوٹن کے حرکت کے تیسرے قانون کے مطابق سائیکل کے ذریعے سڑک پر ایک مساوی اور مخالف قوت لگتی ہے۔لیکن سڑک میں کوئی نقل نہیں ہوتا۔اس لیے سڑک پر سائیکل کے ذریعے کیا گیا کام صفر ہے۔

اس مثال سے یہ سبق ملتا ہے کہ جسم A پر جسم B کے ذریعہ لگائی گئی قوت جسم B پر جسم A کے ذریعہ لگائی گئی قوت کے برابر اور مخالف ہوتی ہے۔(نیوٹن کا تیسرا قانون) لیکن A پر B کے ذریعہ کیا گیا کام B پر A کے ذریعہ کیے گئے کام کے برابر اور مخالف ہو یہ ضروری نہیں ہے۔

6.4 حرکی توانائی (KINETIC ENERGY)

جیسا کہ پہلے ذکر کیا گیا ہے، اگر کسی جسم کی کمیت m اور رفتار **v** ہے تو اس کی حرکی توانائی ہوگی۔

$$K = \frac{1}{2} m \mathbf{v.v.} = \frac{1}{2} mv^2 \qquad (6.5)$$

حرکی توانائی ایک عددیہ مقدار (scalar quantity) ہے۔کسی جسم کی حرکی توانائی، اس جسم کے ذریعے کیے جاسکنے والے اس کام کی پیمائش ہوتی ہے جو وہ اپنی رفتار کے سبب کرسکتا ہے۔حالانکہ اس تصور کی بصیرت کافی وقت سے ہے۔تیز حرکت سے بہنے والے پانی کی دھارکی حرکی توانائی کا استعمال اناج پیسنے میں کیا جاتا رہا ہے۔پانی کے جہاز ہوا کی حرکی توانائی کا استعمال کرتے ہیں۔

جدول 6.2 میں مختلف اجسام کی حرکی توانائیاں درج فہرست ہیں۔

جدول 6.2 مخصوص حرکی توانائیاں (K)

شے	کمیت (kg)	چال (ms^{-1})	K (J)
کار	2000	25	6.3×10^5
دوڑتا ہوا کھلاڑی	70	10	3.5×10^3
گولی	5×10^{-2}	200	10^3
10 m کی اونچائی سے گرایا گیا پتھر	1	14	10^2
انتہائی رفتار سے گرتی بارش کی بوند	3.5×10^{-5}	9	1.4×10^{-3}
ہوا کا سالمہ	$\simeq 10^{-26}$	500	$\simeq 10^{-21}$

مثال 6.4 کسی بیلاسٹک مظاہرے میں ایک پولیس افسر 50g کمیت کی گولی کو 2.00 cm نرم پرت دار لکڑی (پلائی ووڈ) پر 200 m s^{-1} کی چال سے فائر کرتا ہے (ملاحظہ ہو جدول 6.2)۔نرم لکڑی کو چھیدنے کے بعد گولی کی حرکی توانائی، ابتدائی توانائی کی 10% رہ جاتی ہے۔لکڑی سے برآمد ہونے والی گولی کی چال کیا ہوگی؟

جواب گولی کی ابتدائی حرکی توانائی

$$1/2\, mv^2 = 1000 \text{ J}$$

گولی (بلیٹ) کی آخری حرکی توانائی $0.1 \times 1000 = 100$ J ہے۔

اگر گولی کی نرم لکڑی سے برآمد ہونے پر (emergent) چال v_f ہے تو

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = 100 \text{ J}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \times 100 \text{J}}{0.05 \text{kg}}}$$

$$= 63.2 \text{ ms}^{-1}$$

نرم لکڑی کو چھیدنے کے بعد گولی کی چال تقریباً 68% کم ہوگئی (90% نہیں)

6.5 متغیر قوت کے ذریعے کیا گیا کام

(WORK DONE BY A VARIABLE FORCE)

کسی مستقل قوت سے شاذ و نادر ہی واسطہ پڑتا ہے۔ اکثر متغیر قوت کی مثال ہی دیکھنے کو ملتی ہے۔ شکل 6.3 میں یک سمتی متغیر قوت کا گراف ہے۔

اگر نقل Δx قلیل ہے تب ہم قوت $F(x)$ کو بھی تقریباً مستقل لے سکتے ہیں اور تب کیا گیا کام

$$\Delta W = F(x)\,\Delta x$$

اسے شکل (a) 6.2 میں سمجھایا گیا ہے۔ شکل (a) 6.2 میں متواتر مستطیلی رقبوں کو جمع کرنے پر ہمیں کل کیا گیا کام حاصل ہوتا ہے جسے اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$W \cong \sum_{x_i}^{x_f} F(x)\,\Delta x \qquad (6.6)$$

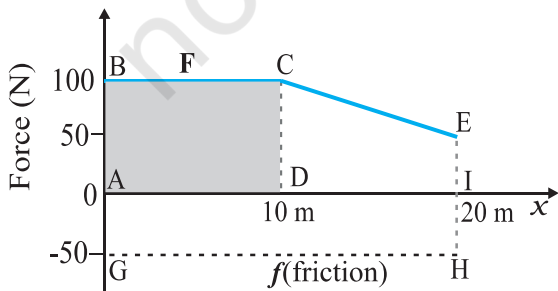
جہاں علامت 'Σ' کا مطلب ہے جمع (summation) جب کہ 'x_i' شے کا ابتدائی مقام اور 'x_f' شے کے آخری مقام کو ظاہر کرتی ہے۔

اگر نقل کو نہایت قلیل (صفر تک) مان لیا جائے تو حاصل جمع میں ارکان کی تعداد لامحدود طور پر بڑھ جاتی ہے لیکن حاصل جمع ایک متعین قدر کے قریب پہنچ جاتا ہے جو شکل (b) 6.2 میں منحنی کے نیچے کے رقبے کے مساوی ہوتی ہے۔ لہٰذا کیا گیا کام ہے،

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F(x)\,\Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx \qquad (6.7)$$

جہاں 'lim' کا مطلب ہے 'جمع کی حد' جب کہ Δx صفر کے نہایت نزدیک ہے۔ اس طرح متغیرہ قوت کے لیے کیے گئے کام کو قوت کے نقل پر معین تکملہ کے طور پر ظاہر کر سکتے ہیں (ضمیمہ 6 A بھی دیکھیں)۔

شکل (a) 6.3 متغیر قوت $F(x)$ کے ذریعے قلیل نقل Δx میں کیا گیا کام $\Delta w = F(x)\,\Delta x$, سیاہ کیے گئے مستطیل کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔ (b) $\Delta x \to 0$ کے لیے سبھی مستطیلوں کے رقبوں کو جوڑنے پر ہم پاتے ہیں کہ $\Delta x \to 0$ کے لیے منحنی کے تحت سیاہ کیا گیا رقبہ، قوت $F(x)$ کے ذریعے کیے گئے کام کے بالکل مساوی ہے۔

مثال 6.5 کوئی عورت کھردری سطح والے ریلوے پلیٹ فارم پر صندوق کو کھسکاتی ہے۔ وہ 10 m کی دوری تک 100 N کی قوت لگاتی ہے۔ اس کے بعد دھیرے دھیرے وہ تھک جاتی ہے اور اس کے ذریعے لگائی گئی قوت فاصلے کے ساتھ خطی طور پر کم ہوتی ہوئی 50 N ہو جاتی ہے۔ صندوق کو کل 20 m کی دوری تک کھسکایا جاتا ہے۔ عورت کے ذریعے صندوق پر لگائی گئی قوت اور رگڑ قوت جو کہ 50 N ہے کو پلاٹ کیجیے۔ دونوں قوتوں کے ذریعے 20 m تک کیے گئے کام کا حساب لگائیے۔

شکل 6.4 عورت کے ذریعے لگائی جانے والی قوت F اور مخالفت کرنے والی رگڑ کی قوت f کا گراف

جواب شکل 6.4 میں لگائی گئی قوت کا پلاٹ ظاہر کیا گیا ہے۔ $x = 20\ m$ پر $F = 50\ N\ (\neq 0)$ ہے۔ہمیں قوت رگڑ f دی گئی ہے جس کی عددی قدر ہے،

$$|\mathbf{f}| = 50\ N$$

یہ حرکت کی مخالفت کرتی ہے اور لگائی گئی قوت **F** کی مخالف سمت میں کام کرتی ہے۔اس لیے، اسے قوت محور کی منفی سمت کی طرف ظاہر کیا گیا ہے۔

عورت کے ذریعے کیا گیا کام

$W_F \rightarrow$ (مستطیل ABCD کا رقبہ) + [منحرف (ٹریپزیم) CEID کا رقبہ]

$$W_F = 100 \times 10 + \frac{1}{2}(100 + 50) \times 10$$
$$= 1000 + 750$$
$$= 1750\ J$$

قوت رگڑ کے ذریعے کیا گیا کام ہے

$W_f \rightarrow$ مستطیل AGHI کا رقبہ

$$W_f = (-50) \times 20$$
$$= -1000\ J$$

یہاں قوت محور کی منفی سمت کی طرف کے رقبے کی علامت منفی ہے۔

6.6 متغیر قوت کے لیے کام - توانائی مسئلہ (THE WORK-ENERGY THEOREM FOR A VARIABLE FORCE)

ہم متغیرہ قوت کے لیے کام توانائی مسئلہ کو ثابت کرنے کے لیے کام اور حرکی توانائی کے تصورات سے اچھی طرح واقف ہیں۔ یہاں ہم کام - توانائی مسئلہ کے یک بُعد تک ہی محدود رہیں گے۔حرکی توانائی کی وقت کے ساتھ تبدیلی کی شرح ہے،

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

$$= m\frac{dv}{dt}v$$

$= Fv$ (نیوٹن کے دوسرے قانون کے مطابق)

$$= F\frac{dx}{dt}$$

لہٰذا،

$$dk = Fdx$$

ابتدائی حالت (x_1) سے آخری حالت (x_f) تک تکملہ کرنے پر، ہمیں حاصل ہوگا

$$\int_{K_i}^{K_f} dK = \int_{x_i}^{x_f} Fdx$$

جہاں x_i اور x_f کے مطابق K_i اور K_f علی الترتیب ابتدائی اور آخری حرکی توانائیاں ہیں۔لہٰذا

$$K_f - K_i = \int_{x_i}^{x_f} Fdx \qquad (6.8\ a)$$

مساوات (6.7) سے حاصل ہوتا ہے،

$$K_f - K_i = W \qquad (6.8\ b)$$

اس طرح متغیر قوت کے لیے کام توانائی مسئلہ کی تصدیق ہوجاتی ہے۔

حالانکہ کام توانائی مسئلہ متعدد طرح کے سوالوں کو حل کرنے میں مفید ہے لیکن یہ نیوٹن کے دوسرے قانون کی مکمل حرکیاتی اطلاعات کو شامل نہیں کرتا ہے۔آسان لفظوں میں کہہ سکتے ہیں کہ یہ نیوٹن کے دوسرے قانون کی **تکملی شکل (integral form)** ہے۔ نیوٹن کا دوسرا قانون کسی بھی ساعت وقت پر اسراع اور قوت کے مابین رشتہ دیتا ہے۔کام-توانائی مسلہ میں وقفہ وقت پر تکملہ شامل ہے۔اس لحاظ سے زمانی اطلاع (وقت سے متعلق temporal) جو نیوٹن کے دوسرے قانون کے بیان میں شامل ہوتی ہے، اس کا تکملہ ہوجاتا ہے اور یہ اطلاع واضح طور پر نہیں حاصل ہوپاتی۔دوسری بات یہ ہے کہ دو یا تین ابعادوں کے لیے نیوٹن کا دوسرا قانون سمتیہ شکل میں ہے جبکہ کام-توانائی مسئلہ عددیہ شکل میں ہے۔عددیہ شکل میں ہونے کی وجہ سے، نیوٹن کے دوسرے قانون سے سمتوں کے متعلق حاصل ہونے والی اطلاع اب نہیں مل پاتی۔

مثال 6.6 m (= 1 kg) کمیت کا ایک بلاک افقی سطح پر $v_i = 2\ m/s$ کی چال سے چلتے ہوئے x = 0.10 m سے x = 2.01 m کے کھردرے حصے میں داخل ہوتا ہے۔ بلاک پر لگنے والی ابطائی قوت (F_r, retarding force) اس سعت میں x کے مقلوب کے متناسب ہے، $F_r = \frac{-k}{x}$ (0.1 < x < 2.01 m کے لیے) اور x < 0.1 m اور x > 2.01 m جہاں (k = 0.5 J) بلاک جیسے ہی کھردرے حصے کو پار کرتا ہے، اس کی آخری حرکی توانائی اور چال v_f کا حساب لگائیے۔

جواب مساوات (6.8) سے

$$K_f = K_i + \int_{0.1}^{2.01} \frac{(-k)}{x} dx$$

$$= \frac{1}{2} m v_i^2 - k \ln(x)\Big|_{0.1}^{2.01}$$

$$= \frac{1}{2} m v_i^2 - k \ln(2.01/0.1)$$

$$= 2 - 0.5\, ln\ (20.1)$$

$$= 2 - 1.5 = 0.5\ \text{J}$$

$$v_f = \sqrt{2K_f/m} = 1\ \text{m s}^{-1}$$

غور کیجیے کہ ln اساس e پر کسی عدد کے فطری لوگارتھم کی علامت ہے نہ کہ اساس 10 پر کسی عدد کی $[ln\ X = \log_e X = 2.303\ \log_{10} X]$

6.7 توانائی بالقوۃ کا تصور (THE CONCEPT OF POTENTIAL ENERGY)

لفظ قوۃ کسی کام کو کرنے کے امکان یا استعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ توانائی بالقوۃ کی اصطلاح ہمارے ذہن میں 'ذخیرہ شدہ' توانائی کا تصور پیدا کرتی ہے۔ کسی کھینچے ہوئے تیر کمان کے تار (ڈوری) میں توانائی بالقوۃ ہوتی ہے۔ جب اسے ڈھیلا چھوڑا جاتا ہے تو تیر تیز چال سے دور چلا جاتا ہے۔ زمین کا قشر یکساں نہیں ہوتا بلکہ اس میں عدم تسلسل اور نظامی خلل ہوتا ہے جسے ناقص خطوط (fault lines) کہا جاتا ہے۔ یہ ناقص خطوط زمین کے قشر میں 'دبی ہوئی کمانیوں' کی طرح ہوتے ہیں۔ ان کی توانائی بالقوۃ (جمع توانائی) بہت زیادہ مقدار میں ہوتی ہے۔ جب ان ناقص خطوط کا ازسرنو تطابق ہوجاتا ہے تو زلزلہ آتا ہے۔ اس طرح کسی بھی جسم کی توانائی بالقوۃ (جو کہ جمع توانائی ہے) اس کے مقام یا تشکیل کے سبب ہوتی ہے۔ جسم کو آزادانہ چھوڑنے پر اس میں جمع توانائی، حرکی توانائی کی شکل میں رہا (release) ہوتی ہے۔ آیئے اب ہم توانائی بالقوۃ کے تصور کو مقابلتاً ایک ٹھوس شکل دیتے ہیں۔

m کمیت کی ایک گیند پر لگ رہی زمینی کشش mg ہے۔ زمین کی سطح کے قریب g کو ایک مستقلہ مانا جاسکتا ہے۔ یہاں قریب سے مراد یہ ہے کہ گیند کی زمین کی سطح سے اونچائی h زمین کے نصف قطر $(h << R_E)$ R_E کے مقابلے نہایت قلیل ہے۔ لہٰذا ہم زمین کی سطح کے نزدیک g کی قدر میں تبدیلی کو نظر انداز کرسکتے ہیں*۔ حسب ذیل بحث میں ہم نے نیچے کی جانب سمت کو مثبت مانا ہے۔ مانا کہ گیند کو h اونچائی تک اوپر اٹھایا جاتا ہے۔ لہٰذا بیرونی عامل کے ذریعے ارضی کشش کے خلاف کیا گیا کام mgh ہوگا۔ یہ کام توانائی بالقوۃ کی شکل میں جمع ہوجاتا ہے۔ کسی جسم کی h اونچائی پر ارضی توانائی بالقوۃ، جس کو V(h) سے ظاہر کیا گیا ہے، جسم کو اس اونچائی تک اٹھانے میں ارضی کشش کے ذریعے کیے گئے کام کی منفی قدر کے برابر ہوتی ہے۔

$$V(h) = mgh$$

اگر h کو متغیرہ کے طور پر لیا جاتا ہے تو بہ آسانی دیکھا جاسکتا ہے کہ ارضی کشش قوت F، h کی مناسبت سے V (h) کے منفی مشتق کے برابر ہوتی ہے۔

$$F = -\frac{d}{dh} V(h) = -mg$$

یہاں منفی علامت ظاہر کرتی ہے کہ ارضی کشش قوت نیچے کی جانب ہے۔ جب گیند کو چھوڑا جاتا ہے تو یہ بڑھتی ہوئی چال سے نیچے آتی ہے۔ زمین کی سطح سے تصادم سے قبل اس کی چال مجرد حرکیات رشتہ کے ذریعے درج ذیل طور پر دی جاتی ہے،

$$v^2 = 2\,gh$$

* g (ارضی کشش اسراع) کی قدر میں اونچائی کے ساتھ تبدیلی پر بحث باب 8 میں ثقل کے موضوع پر کریں گے۔

اس مساوات کودرج ذیل طرح سے بھی لکھا جاسکتا ہے،

$$\frac{1}{2}\ mv^2 = mgh$$

جو یہ ظاہر کرتا ہے کہ جب جسم (شے) کو آزادانہ رِہا کیا جاتا ہے تو جسم کی h اونچائی پر ارضی توانائی بالقوۃ زمین پر پہنچنے پر جسم کی حرکی توانائی کے بہ طور تبدیل ہوجاتی ہے۔

طبیعی طور پر توانائی بالقوۃ کا تصور صرف انہیں قوتوں کے زمرے میں لاگو ہوتا ہے جہاں قوت کے خلاف کیا گیا کام، توانائی کے طور پر جمع ہوجاتا ہے۔ بیرونی عوامل جب ہٹا دیے جاتے ہیں تو یہ خود کو شے کی حرکی توانائی کی شکل میں ظاہر کرتا ہے۔ ریاضیاتی طور پر توانائی بالقوۃ $V(x)$ کی تعریف (آسانی کے لیے یک بعد میں) اس طرح کی جاتی ہے: اگر قوت $F(x)$ کو درج ذیل شکل میں لکھا جاتا ہے:

$$F(x) = -\frac{dV}{dx}$$

تو اس کا مطلب ہے۔

$$\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx = -\int_{v_i}^{v_f} dV = V_i - V_f$$

کسی برقراری قوت کے ذریعے کیا گیا کام جسم کی صرف ابتدائی اور آخری حالت پر انحصار کرتا ہے۔ پچھلے باب میں ہم نے مائل مستوی سے متعلق مثالوں کا مطالعہ کیا ہے۔ اگر m کمیت کا کوئی جسم h اونچائی کے ہموار (بے رگڑ) مائل مستوی کی چوٹی سے سکونی حالت سے چھوڑا جاتا ہے تو مائل مستوی کی تہہ (پیندا) پر اس کی چال مائل زاویہ جھکاؤ (angle of inclination) کا لحاظ کیے بغیر $\sqrt{2gh}$ ہوتی ہے۔ اس طرح یہاں پر جسم mgh حرکی توانائی حاصل کرلیتا ہے۔ اگر کیا گیا کام یا حرکی توانائی دوسرے عوامل جیسے جسم کی رفتار یا اس کے ذریعے چلی گئی خصوصی راہ کی لمبائی پر منحصر ہوتی ہے تو یہ قوت غیر برقراری (non conservative) کہلاتی ہے۔

کام یا حرکی توانائی کی طرح توانائی بالقوۃ کی کے ابعاد بھی $[ML^2T^{-2}]$ ہیں اور SI اکائی جول (J) ہے۔ یاد رکھیے کہ برقراری قوت کے لیے توانائی بالقوۃ میں تبدیلی ΔV قوت کے ذریعے کیے گئے کام کی منفی قدر کے برابر ہوتی ہے۔

$$\Delta V = -F(x)\ \Delta x \qquad (6.9)$$

اس حصّہ میں گرتی ہوئی گیند کی مثال میں ہم نے دیکھا کہ کس طرح گیند کی توانائی بالقوۃ اس کی حرکی توانائی میں تبدیل ہوگئی تھی۔ یہ میکانیات (mechanics) میں بقا کے ایک اہم اصول کی طرف اشارہ کرتا ہے جس کی جانچ اب ہم کریں گے۔

6.8 میکانکی توانائی کی بقا (CONSERVATION OF MECHANICLA ENERGY)

آسانی کے لیے ہم اس اہم اصول کی یک جہتی حرکت کے لیے تصدیق کررہے ہیں۔ مان لیجیے کہ کسی جسم میں، برقراری قوت F کے سبب، نقل Δx ہوتا ہے۔ کام توانائی مسئلہ سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$\Delta K = F(x)\ \Delta x$$

اگر قوت برقراری ہے تو توانائی بالقوۃ تفاعل $V(x)$ کی تعریف درج ذیل طور پر کی جاسکتی ہے:

$$-\Delta V = F(x)\ \Delta x$$

درج بالا مساواتیں ظاہر کرتی ہیں کہ:

$$\Delta K + \Delta V = 0$$

$$\Delta(K + V) = 0 \qquad (6.10)$$

اس کا مطلب ہے کہ کسی جسم کی حرکی اور بالقوۃ توانائیوں کی جمع $(K+V)$ مستقل ہوتی ہے۔ اس سے مراد یہ ہے کہ مکمل راہ x_i سے x_f کے لیے

$$K_i + V(x_i) = K_f + V(x_f) \qquad (6.11)$$

یہاں مقدار $K + V(x)$ نظام کی کل میکانکی توانائی کہلاتی ہے۔ انفرادی طور پر حرکی توانائی K اور بالقوۃ توانائی $V(x)$ ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک

تبدیل ہوسکتی ہیں، لیکن ان کی جمع مستقلہ ہوتی ہے۔ درج بالا وضاحت سے اصطلاح 'برقراری قوت' (conservative force) کی موزونیت واضح ہوتی ہے۔

آیئے، اب ہم مختصراً برقراری قوت کی مختلف تعریفوں کو دہراتے ہیں۔

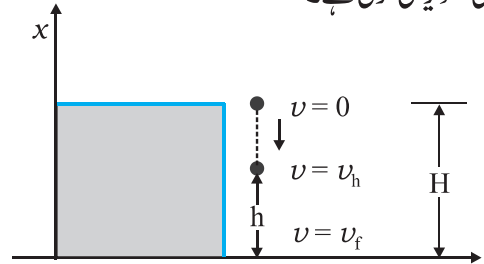
- کوئی قوت $F(x)$ برقراری ہے اگر اسے مساوات (6.9) کے استعمال کے ذریعے عددیہ مقدار $V(x)$ سے حاصل کرسکتے ہیں۔ سہ ابعادی عمومی شکل کے لیے سمتیہ مشتق طریقے کا استعمال کرنا پڑتا ہے جو کہ اس کتاب کے دائرے سے باہر ہے۔
- برقراری قوت کے ذریعے کیا گیا کام صرف سرے کے نقاط پر منحصر ہوتا ہے جو درج ذیل رشتہ سے ظاہر ہے:

$$W = K_f - K_i = V(x_i) - V(x_f)$$

- تیسری تعریف کے مطابق اس قوت کے ذریعے بند راہ میں کیا گیا کام صفر ہوتا ہے۔ یہ ایک بار پھر مساوات (6.11) سے ظاہر ہے کیونکہ $x_i = x_f$ ہے۔

لہٰذا میکانکی توانائی کی بقا کا قانون اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے:

کسی بھی نظام کی کُل میکانکی توانائی کی بقا ہوتی ہے اگر اس پر کام کرنے والی قوتیں برقراری ہیں۔

درج بالا بحث کو زیادہ ٹھوس بنانے کے لیے ایک بار پھر مادی کشش قوت کی مثال پر غور کرتے ہیں اور اسپرنگ قوت کی مثال پر اگلے حصّہ میں غور کریں گے۔ شکل 6.5، H اونچائی کی کسی چٹان سے گرائی ہوئی m کمیت کی گیند کی تصویر کشی کرتی ہے۔

شکل 6.5 H اونچائی سے گرائی گئی m کمیت کی گیند کی بالقوۃ توانائی کی حرکی توانائی میں تبدیلی

دکھائی گئی اونچائیوں، صفر (زمینی سطح)، h اور H پر گیند کی کل میکانکی توانائیاں E_0، E_h اور E_H ہیں۔

$$E_H = mgH \qquad (6.11a)$$

$$E_h = mgh + \frac{1}{2} mv_h^2 \qquad (6.11b)$$

$$E_0 = \frac{1}{2} mv_f^2 \qquad (6.11c)$$

مستقلہ قوت، مکانی طور پر منحصر قوت $F(x)$ کی ایک خصوصی مثال ہے۔ لہٰذا میکانکی توانائی برقراری ہے۔ اس طرح

$$E_H = E_0$$

یا

یا،
$$m\,gH = \frac{1}{2} m\,v_f^2$$

$$v_0 = \sqrt{2gL}$$

یہ وہی نتیجہ ہے جو حصّہ 3.7 میں آزادانہ طور پر گرتے ہوئے جسم کی رفتار کے لیے حاصل کیا گیا تھا۔

اس کے علاوہ

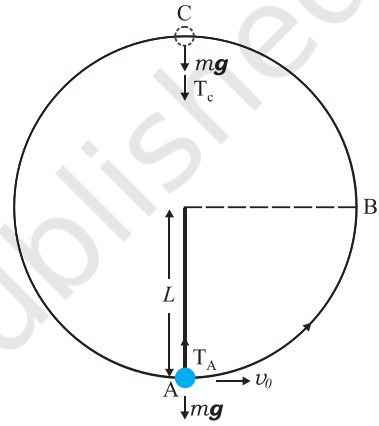
$$E_H = E_h$$

جس سے حاصل ہوتا ہے:

$$v_h^2 = 2g(H - h) \qquad (6.11d)$$

یہ مجرد حرکیات کا ایک معروف نتیجہ ہے۔

H اونچائی پر، جسم کی توانائی صرف توانائی بالقوۃ ہے۔ یہ h اونچائی پر جزوی طور پر حرکی توانائی میں تبدیل ہوجاتی ہے اور زمین کی سطح پر پوری طرح حرکی توانائی میں تبدیل ہوجاتی ہے۔ اس طرح درج بالا مثال میکانکی توانائی کی بقا کے اصول کو واضح کرتا ہے۔

مثال 6.7 m کمیت کا ایک کرہ (bob) L لمبائی کی ہلکی ڈوری سے لٹکایا گیا ہے۔ اس کے سب سے نچلے نقطہ A پر افقی رفتار v_0 اس طرح دی جاتی ہے کہ یہ عمودی مستوی میں نصف دائری خطِ حرکت کو اس طرح طے کرتا ہے کہ ڈوری صرف اعلاترین نقطہ C پر ڈھیلی ہوتی ہے جیسا کہ شکل 6.6 میں دکھایا گیا ہے۔ درج ذیل کے لیے ریاضیاتی عبارت حاصل کیجیے: (i) v_0، (ii) نقاط B اور C پر چال اور (iii) نقطہ B اور C پر حرکی توانائیوں کی نسبت $\frac{K_B}{K_C}$۔ کرّہ کے نقطہ C پر پہنچنے کے بعد خطِ حرکت کی نوعیت پر تبصرہ کیجیے۔

شکل 6.6

جواب (i) یہاں کرہ پر لگنے والی دو بیرونی قوتیں ہیں: ارضی کشش اور ڈوری میں تناؤ (T)۔ آخرالذکر قوت کوئی کام نہیں کرتی ہے کیونکہ کرہ کا نقل ہمیشہ ڈوری کے عمودی ہوتا ہے۔ لہٰذا کرہ کی توانائی بالقوۃ صرف ارضی کشش کی قوت سے منسلک ہے۔ نظام کی کل میکانکی توانائی E کی بقا ہوتی ہے۔ ہم نظام کی بالقوۃ توانائی نچلے ترین نقطہ A پر صفر لے لیتے ہیں۔ لہٰذا نقطہ A پر:

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad (6.12)$$

$$T_A - mg = \frac{mv_0^2}{L} \quad \text{(نیوٹن کے دوسرے قانون کے مطابق)}$$

یہاں T_A، نقطہ A پر ڈوری کا تناؤ ہے۔ اعلا ترین نقطہ C پر ڈوری ڈھیلی ہو جاتی ہے؛ کیونکہ نقطہ C پر ڈوری کا تناؤ $T_c = 0$ ہو جاتا ہے۔ لہٰذا نقطہ C پر ہمیں حاصل ہوتا ہے،

$$E = \frac{1}{2}mv_c^2 + 2mgL \qquad (6.13)$$

$$mg = \frac{mv_c^2}{L} \quad \text{(نیوٹن کے دوسرے قانون کے مطابق)} \qquad (6.14)$$

جہاں v_c نقطہ c پر کرہ کی چال ہے۔ مساوات (6.13) اور (6.14) سے حاصل ہوتا ہے،

$$E = \frac{5}{2}mgL$$

اسے نقطہ A پر توانائی کے مساوی کرنے پر

$$\frac{5}{2}mgL = \frac{m}{2}v_0^2$$

یا

$$v_0 = \sqrt{5gL}$$

(ii) مساوات (6.14) سے یہ ظاہر ہے کہ

$$v_c = \sqrt{gL}$$

لہٰذا نقطہ B پر توانائی ہے،

$$E = \frac{1}{2}m v_B^2 + mgL$$

اسے نقطہ A پر توانائی کی عبارت کے برابر رکھنے پر اور (i) سے حاصل نتیجے $v_0^2 = 5gL$ کو استعمال میں لانے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے،

$$\frac{1}{2}m v_B^2 + mgL = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= \frac{5}{2}mgL$$

$$\therefore \quad v_B = \sqrt{3gL}$$

(iii) نقطہ B اور C پر حرکی توانائیوں کی نسبت:

$$\frac{K_B}{K_C} = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2}{\frac{1}{2}mv_C^2} = \frac{3}{1}$$

نقطہ C پر ڈوری ڈھیلی ہوجاتی ہے اور کرہ کی رفتار افقی اور بائیں طرف ہوجاتی ہے۔ اگر اس ساعت پر ڈوری کو کاٹ دیا جائے تو کرہ ایک پروجکٹائل حرکت کرے گا جس کا افقی ظل ویسا ہی ہوگا جیسے کہ ایک کھڑی چٹان کے کسی پتھر کو افقی سمت میں ٹھوکر ماردی جائے۔ اس کے علاوہ ہر نقطہ پر کرہ اپنے دائری راستے پر حرکت جاری رکھےّ گا اور اپنا چکّر پورا کرے گا۔

6.9 اسپرنگ کی توانائی بالقوۃ (THE POTENTIAL ENERGY OF A SPRING)

اسپرنگ قوت ایسی متغیرہ قوت کی ایک مثال ہے جو برقراری ہوتی ہے۔ شکل 6.7 اسپرنگ سے منسلک کسی بلاک کو دکھاتی ہے جو کسی ہموار افقی سطح پر سکونی حالت میں ہے۔ اسپرنگ کا دوسرا سرا کسی مضبوط دیوار سے جڑا ہے۔ اسپرنگ ہلکا ہے اور بے کمیت مانا جاسکتا ہے۔ کسی مثالی اسپرنگ میں اسپرنگ قوت F_s، x کے متناسب ہوتی ہے جہاں x بلاک کا مقامِ توازن سے نقل ہے۔ یہ نقل مثبت [شکل 6.7 (b)] یا منفی [شکل 6.7 (c)] ہوسکتا ہے۔ اسپرنگ کے لیے قوت کا قانون، ہک (Hook) کا قانون کہلاتا ہے اور ریاضیاتی طور پر اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے،

$$F_s = -kx$$

جہاں مستقلہ K ایک اسپرنگ مستقلہ ہے جس کی اکائی $N\ m^{-1}$ ہے۔ اگر K کی قدر بہت زیادہ ہے، تب اسپرنگ کو مضبوط کہا جاتا ہے۔ اگر K کی قدر کم ہے تب اسے نرم کہا جاتا ہے۔

مان لیجیے کہ ہم بلاک کو باہر کی طرف، جیسا کہ شکل 6.7 (b) میں دکھایا گیا ہے کھینچتے ہیں۔ اگر اسپرنگ کی لمبائی میں توسیع (extension) x_m ہے تو اسپرنگ قوت کے ذریعے کیا گیا کام ہوگا

$$W_s = \int_0^{x_m} F_s\, dx = -\int_0^{x_m} kx\, dx$$

$$= -\frac{kx_m^2}{2} \qquad (6.15)$$

اس عبارت کو ہم شکل 6.7 (d) میں دکھائے گئے مثلث کے رقبے سے بھی حاصل کر سکتے ہیں۔ غور کیجیے کہ بیرونی کھنچاؤ قوت کے ذریعے کیا گیا کام

شکل 6.7 کسی اسپرنگ کے آزاد سرے سے جڑی ہوئی شئے پر اسپرنگی قوت کی تشریح۔ (a) جب مقام توازن سے نقل x صفر ہے تو اسپرنگ قوت F_s بھی صفر ہے (b) کھنچی ہوئی اسپرنگ کے لیے $x>0$ اور $F_s<0$ (c) دبی ہوئی اسپرنگ کے لیے $x<0$ اور $F_s>0$ (d) F_s اور x کے درمیان کھینچا گیا گراف۔ شیڈشدہ مثلث کا رقبہ اسپرنگی قوت کے ذریعے کیے گئے کام کا اظہار کرتا ہے۔ F_s اور x کی مخالف علامتوں کے سبب کیا گیا کام منفی ہے۔

$$w_s = \frac{-kx_m^2}{2}$$

$$\text{رقبہ} = \frac{-kx_m^2}{2}$$

مثبت ہے کیونکہ یہ اسپرنگ قوت کی مخالف سمت میں ہے۔

$$W = +\frac{kx_m^2}{2} \qquad (6.16)$$

اگر اسپرنگ نقل $x_c\ (<0)$ کے ساتھ دبائی جاتی ہے تب بھی درج بالا عبارت صحیح ہے۔ اسپرنگ قوت کے ذریعے کیا گیا کام : $W_s = -\frac{kx_c^2}{2}$ ہے،

جبکہ باہری قوت F کے ذریعے کیا گیا کام : $+\frac{kx_c^2}{2}$ ہے۔

اگر بلاک کو اس کے ابتدائی نقل x_i سے آخری نقل x_f تک حرکت دی جاتی ہے تو اسپرنگ قوت کے ذریعے کیا گیا کام W_s ہے :

$$W_s = -\int_{x_i}^{x_f} k\,x\,dx = \frac{k\,x_i^2}{2} - \frac{k\,x_f^2}{2} \qquad (6.17)$$

لہٰذا اسپرنگ قوت کے ذریعے کیا گیا کام صرف سرے کے نقاط پر منحصر ہوتا ہے۔ خاص طور پر جب بلاک کو مقام x_i سے کھینچا گیا ہو اور واپس x_i مقام تک آنے دیا گیا ہو تو :

$$W_s = -\int_{x_i}^{x_i} k\,x\,dx = \frac{k\,x_i^2}{2} - \frac{k\,x_i^2}{2}$$

$$= 0 \qquad (6.18)$$

لہٰذا اسپرنگ قوت کے ذریعے کسی دائری عمل میں کیا گیا کام صفر ہوتا ہے۔ ہم نے یہاں واضح طور پر مظاہرہ کیا ہے کہ (i) اسپرنگ قوت صرف مقام یا حالت پر منحصر ہوتی ہے جیسا کہ ہُک کے قانون کے ذریعے پہلے کہا گیا ہے، $(F_s = -kx)$; (ii) یہ قوت جو کام کرتی ہے وہ صرف ابتدائی اور آخری حالتوں پر منحصر ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر مساوات (6.17)۔ لہٰذا اسپرنگ قوت ایک **برقراری قوت** ہے۔

جب بلاک اور اسپرنگ نظام حالتِ توازن میں ہے یعنی مقام تعادل سے اس کی نقل صفر ہے تو اسپرنگ کی توانائی بالقوۃ $V(x)$ کو ہم صفر مانتے ہیں۔ کسی کھنچاؤ (یا دباؤ) x کے لیے درج بالا تجزیہ تجویز کرتا ہے :

$$V(x) = \frac{kx^2}{2} \qquad (6.19)$$

اس کی تصدیق آسانی سے کی جاسکتی ہے کہ $-dV/dx = -kx$، جو کہ اسپرنگ قوت ہے۔ جب m کمیت کے بلاک کو شکل 6.7 کے مطابق x_m تک کھینچا جاتا ہے اور پھر سکونی حالت سے چھوڑا جاتا ہے تب اس کی کل میکانکی توانائی، منتخب کیے گئے کسی بھی نقطے x پر درج ذیل طور پر دی جائے گی جہاں x کی قدر $-x_m$ سے $+x_m$ کے درمیان ہے۔

$$\frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

جہاں ہم نے میکانکی توانائی کی بقا کے قانون کا استعمال کیا ہے۔ اس کے مطابق بلاک کی چال v_m اور حرکی توانائی مقامِ توازن $x = 0$ پر بیش ترین ہوئی

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}kx_m^2$$

جہاں v_m بیش ترین چال ہے۔

$$v_m = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x_m$$

غور کیجیے کہ k/m کے ابعاد $[T^{-2}]$ ہیں اور یہ مساوات ابعادی طور پر صحیح ہے۔ یہاں نظام کی حرکی توانائی، توانائی بالقوۃ میں اور توانائی بالقوۃ، حرکی توانائی میں تبدیل ہوجاتی ہے، تاہم کل میکانکی توانائی مستقل رہتی ہے۔ شکل 6.7 میں اس کا گرافی اظہار کیا گیا ہے۔

مثال 6.8 کار کے حادثے کو دکھانے کے لیے موٹر کار بنانے والے مختلف اسپرنگ مستقلوں کے اسپرنگوں کا فریم چڑھا کر چلتی ہوئی کاروں کے تصادم کا مطالعہ کرتے ہیں۔ مان لیجیے کسی علامتی حادثے میں کوئی 1000 kg کمیت کی کار ایک ہموار سڑک پر 18 km/h کی چال سے چلتی ہوئی، افقی لگائے گئے فریم پر چڑھائے گئے اسپرنگ سے لگاتار تصادم کرتی ہے جس کا اسپرنگ مستقلہ $6.25\times10^3\ N\ m^{-1}$ ہے تو اسپرنگ کا زیادہ سے زیادہ دباؤ کیا ہوگا؟

شکل 6.8 کسی ایسے اسپرنگ سے جڑے ہوئے بلاک کی توانائی بالقوۃ V اور حرکی توانائی K کے پیرا بولی (مکافی) پلاٹ جو ھک کے قانون کی تعمیل کرتا ھے۔ ایک دوسرے کے تکملہ ھیں یعنی ان میں جب ایک گھٹتا ھے تو دوسرا بڑھتا ھے لیکن کل میکانکی توانائی $E = K + V$ مستقل رہتی ھے۔

جواب کار کی حرکی توانائی بیش ترین دباؤ پر مکمل طور پر اسپرنگ کی توانائی بالقوۃ میں تبدیل ہو جاتی ہے۔

متحرک کار کی حرکی توانائی:

$$k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}\times 10^3 \times 5 \times 5$$

$$k = 1.25\times 10^4 \text{ J}$$

جہاں کار کی چال 18 km h^{-1} کو اس کی SI قدر 5 m s^{-1} میں تبدیل کر دیا گیا ہے۔ (یہاں قابل غور بات یہ ہے کہ $36 \text{ km h}^{-1} = 10 \text{ m s}^{-1}$)۔

میکانکی توانائی کی بقا کے قانون کے مطابق زیادہ سے زیادہ دباؤ x_m پر اسپرنگ کی توانائی بالقوۃ V متحرک کار کی حرکی توانائی (K) کے برابر ہوتی ہے۔

$$V = \frac{1}{2}kx_m^2$$

$$= 1.25\times 10^4 \text{ J}$$

حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں کہ

$$x_m = 2.00 \text{ m}$$

غور کریں یہاں اس حالت کو ہم نے مثالی طور پر پیش کیا ہے۔ یہاں اسپرنگ کو بے کمیت مانا ہے اور سڑک کی رگڑ کو برائے نام مانا ہے۔

ہم برقراری قوتوں پر کچھ تبصرہ کرتے ہوئے اس حصہ کو ختم کرتے ہیں۔

(i) درج بالا بحث میں وقت کے سلسلے میں کوئی اطلاع نہیں ہے۔ اس مثال میں ہم دباؤ کا شمار کر سکتے ہیں لیکن اس وقفۂ وقت کا شمار نہیں کر سکتے جس میں یہ دباؤ واقع ہوا ہے۔ لہٰذا زمان اطلاع حاصل کرنے کے لیے اس نظام کے لیے نیوٹن کے دوسرے قانون کے حل کی ضرورت ہے۔

(ii) سبھی قوتیں برقراری نہیں ہیں۔ مثال کے لیے رگڑ ایک غیر برقراری قوت ہے۔ اس حالت میں، توانائی کی بقا کے قانون میں ترمیم کرنی پڑے گی۔ اسے مثال 6.8 میں واضح کیا گیا ہے۔

(iii) قوۃ توانائی کا صفر اختیاری طور پر لیا گیا ہے جسے آسانی کے لیے متعین کر لیا جاتا ہے۔ اسپرنگ قوت کے لیے، ہم $x = 0$ پر $v(x) = 0$ لیتے ہیں، یعنی بغیر کھنچے اسپرنگ کی قوۃ توانائی صفر مانتے ہیں۔ مستقلہ ارضی کشش قوت mg کے لیے زمین کی سطح پر $v = 0$ لیتے ہیں۔ باب 8 میں ہم دیکھیں گے کہ مادّی کشش قوت کے ہمہ گیر قانون کے مطابق قوت کے لیے صفر مادّی کشش کے وسیلہ سے لا انتہا دوری پر عمدہ طریقے سے معین ہوتا ہے۔ تاہم کسی مباحثہ میں توانائی بالقوۃ کے لیے ایک بار صفر کے مقام کو طے کرنے کے بعد، شروع سے آخر تک مباحثہ میں اس قانون کی تعمیل کرنی چاہیے۔

مثال 6.9 مثال 6.7 میں رگڑ کے ضریبہ μ کی قدر 0.5 لے کر کمانی کے بیش ترین دباؤ کا شمار کیجیے۔

جواب رگڑ قوت کی موجودگی میں اسپرنگ قوت اور رگڑ قوت دونوں ہی دباؤ کی مخالفت کرنے میں متحدہ طور پر کام کرتے ہیں، جیسا کہ شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 6.9 کار پر لگ رہی قوتیں

لہٰذا یہاں ہم میکانیکی توانائی کی بقا کے اصول کے بجائے کام۔توانائی مسئلہ کا استعمال کرتے ہیں۔

حرکی توانائی میں تبدیلی ہے :

$$\Delta K = K_f - K_i$$
$$= 0 - \frac{1}{2}\ m\ v^2$$

کل قوت کے ذریعے کیا گیا کام

$$W = -\frac{1}{2}\ k\ x_m^{\ 2} - \mu\ m\ g\ x_m$$

Δk اور W کو متوازن کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں،

$$\frac{1}{2}\ m\ v^2 = \frac{1}{2}\ k\ x_m^2 + \mu\ m\ g\ x_m$$

یہاں $\mu\ mg = 0.5 \times 10^3 \times 10 = 5 \times 10^3$ N۔

($g = 10.0$ m s^2 لینے پر)

درج بالا مساوات کو مرتب کرنے پر ہمیں نامعلوم x_m کے لیے درج ذیل دو درجی مساوات حاصل ہوتی ہے۔

$$k\ x_m^2 + 2\mu m\ g\ x_m - m\ v^2 = 0$$

$$x_m = \frac{-\mu\ m\ g + \left[\mu^2 m^2 g^2 + m\ k\ v^2\right]^{1/2}}{k}$$

جہاں ہم نے x_m مثبت ہونے کے سبب اس کا مثبت مربع جذر (square root) لے لیا ہے۔ہندسی قدروں کو مساوات میں رکھنے پر ہم حاصل کرتے ہیں،

$$x_m = 1.35 \text{ m}$$

جو امید کے مطابق مثال 6.8 میں حاصل نتیجے سے کم ہے۔

اگر مان لیں کہ جسم پر لگنے والی دونوں قوتوں میں ایک برقراری قوت F_c اور دوسری غیر برقراری قوت F_{nc} ہے تو میکانیکی توانائی بقا کی فارمولے میں ترمیم کرنی پڑے گی۔کام توانائی تھیورم سے :

$$(F_c + F_{nc})\ \Delta x = \Delta K$$

لیکن
$$F_c\ \Delta x = -\Delta V$$

اس طرح
$$\Delta(K + V) = F_{nc}\ \Delta x$$

$$\Delta E = F_{nc}\Delta x$$

جہاں E کل میکانیکی توانائی ہے۔پورے راستے پر درج ذیل شکل اختیار کر لیتی ہے۔

$$E_f - E_i = W_{nc}$$

جہاں W_{nc} غیر برقراری قوت کے ذریعے کسی راہ پر کیا گیا کل کام ہے۔غور کیجیے کہ برقراری قوت کے برخلاف، غیر برقراری قوت کے ذریعے کیا گیا کام W_{nc}، i سے f تک اختیار کی گئی راہ پر انحصار کرتا ہے۔

6.10 توانائی کی مختلف شکلیں: بقائے توانائی کا قانون (VARIOUS FORMS OF ENERGY: THE LAW OF CONSERVATION OF ENERGY)

پچھلے حصّہ میں ہم نے میکانیکی توانائی پر بحث کی اور یہ پایا کہ اس کی دو مختلف زمروں میں درجہ بندی کی جاسکتی ہے۔پہلا حرکت پر مبنی ہے یعنی حرکی توانائی اور دوسرا تشکیل (مقام) پر مبنی یعنی توانائی بالقوۃ۔توانائی کی بہت سی شکلیں ہوتی ہیں اور توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں کئی طریقوں سے منتقل کیا جاتا ہے جو اکثر ہمارے لیے غیر واضح ہو سکتے ہیں۔

6.10.1 حرارت (Heat)

ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کہ رگڑ قوت کو برقراری قوتوں کے زمرے سے ہٹا دیا گیا ہے۔لیکن کام، رگڑ قوت سے منسلک ہے۔کوئی m کمیت کا بلاک کھردری افقی سطح پر v_0 چال سے پھسلتا ہوا x_0 دوری چل کر رک جاتا ہے۔x_0 پر حرکی رگڑ قوت f کے ذریعے کیا گیا کام $-f\,x_0$ ہے۔کام توانائی تھیورم سے $mv_0^2/2 = f\,x_0$ حاصل ہوتا ہے۔اگر ہم اپنے مواد کو میکانیات تک ہی محدود رکھیں تو ہم کہیں گے کہ بلاک کی حرکی توانائی رگڑ قوت کے سبب ضائع ہو گئی ہے۔میز اور بلاک کی جانچ کرنے پر ہمیں پتہ چلے گا کہ ان کا درجہ حرارت معمولی سا بڑھ گیا ہے۔رگڑ قوت کے ذریعے کیا گیا کام ضائع نہیں ہوا ہے بلکہ حرارتی توانائی کی شکل میں میز اور بلاک کو منتقل ہو گیا ہے جو بلاک اور میز کی اندرونی توانائی کو بڑھا دیتا ہے۔سردی میں ہم اپنی ہتھیلیوں کو آپس میں زور سے رگڑ کر حرارت پیدا کرتے ہیں۔ہم بعد میں

دیکھیں گے کہ اندرونی توانائی سالموں کی متواتر، اکثر نا ترتیب، حرکت سے منسلک ہے۔ حرارتی توانائی کی منتقلی کا مقداری تصور اس خصوصیت سے حاصل کیا جاسکتا ہے کہ 1 kg پانی کے درجہ حرارت میں 10^0c کمی کرنے پر 42000 J توانائی خارج ہوتی ہے۔

6.10.2 کیمیائی توانائی (Chemical Energy)

نوع انسانی کی عظیم ترین تکنیکی حصولیابی اس وقت واقع ہوئی جب ہمیں یہ پتہ لگا کہ آگ کو کیسے روشن کیا جاتا ہے اور اس پر قابو کیسے پایا جاتا ہے۔ ہم نے دو خشک پتھروں کو آپس میں رگڑنا (میکانکی توانائی)، انہیں گرم ہونے دینا اور پتیوں کے ڈھیر کو سلگانا (کیمیائی توانائی) سیکھا جس کے سبب ہم مسلسل حرارت حاصل کر پائے۔ ماچس کی ایک تیلی جب خاص طور پر تیار کی گئی کیمیائی سطح پر رگڑی جاتی ہے تو ایک چمکیلے شعلے کے طور پر روشن ہوتی ہے۔ جب سلگائی گئی ماچس کی تیلی پٹاخے میں لگائی جاتی ہے تو اس کے نتیجے میں آواز اور روشنی کا شاندار مظاہرہ ہوتا ہے۔

کیمیائی توانائی، کیمیائی تعامل میں حصہ لینے والے سالموں کی مختلف بندشی توانائیوں کے سبب پیدا ہوتی ہے۔ ایک مستحکم کیمیائی مرکب کی توانائی اس کے الگ الگ اجزا کی نسبت کم ہوتی ہے۔ کیمیائی تعامل بنیادی طور پر ایٹموں کی ازسرنو ترتیب ہے۔ اگر متعاملات کی کل توانائی تعامل کے ماحصلات کی توانائی سے زیادہ ہوتی ہے تو حرارت رہا ہوتی ہے یعنی تعامل کو **حرارت زا** (**exo thermic**) تعامل کہتے ہیں اور اگر اس کے برعکس صحیح ہے تو حرارت جذب ہوگی یعنی تعامل **حرارت خور** (**endothermic**) ہوگا۔ کوئلے میں کاربن ہوتا ہے اور اس کے 1 kg کے جلنے سے 3×10^7 J توانائی رہا ہوتی ہے۔

کیمیائی توانائی ان قوتوں سے متعلق ہوتی ہے جو اشیا کو استحکام فراہم کرتی ہیں۔ یہ قوت ایٹموں کو سالموں میں اور سالموں کو پالی مری سلسلے (polymeric chains) وغیرہ میں باندھ دیتے ہیں۔ کوئلہ، کوکنگ گیس، لکڑی اور پٹرولیم کے احتراق (جلنے) سے پیدا کیمیائی توانائی ہمارے روزمرہ کے وجود کے لیے ضروری ہے۔

6.10.3 برقی توانائی (Electrical Energy)

برقی رو (کرنٹ) کے بہاؤ کے سبب بلب روشن ہوتے ہیں، پنکھے گھومتے ہیں اور گھنٹیاں بجتی ہیں۔ چارجوں اور برقی کرنٹوں کے کشش کرنے اور دفع (ہٹاؤ) سے متعلق قوانین ہم بعد میں سیکھیں گے۔ توانائی برقی رو سے بھی منسلک ہے۔ ایک ہندوستانی شہری کنبہ اوسطاً 200 J/s توانائی صرف کرتا ہے۔

6.10.4 کمیت اور توانائی کی معادلت (The Equivalence of Mass and Energy)

انیسویں صدی کے آخر تک ماہرین طبیعیات یقین کرتے تھے کہ ہر ایک طبیعی اور کیمیائی عمل میں جدا نظام کی کمیت برقرار رہتی ہے۔ مادہ اپنی ہیئت (فیز) تبدیل کرسکتا ہے۔ مثال کے طور پر برفانی برف پگھل کر ایک تیز دھار میں بہہ سکتا ہے لیکن مادہ نہ تو پیدا کیا جاسکتا ہے اور نہ ہی فنا کیا جاسکتا ہے۔ تا ہم البرٹ آئنسٹائن (1879 تا 1955) نے یہ ظاہر کیا کہ کمیت اور توانائی ایک دوسرے کے معادل ہوتے ہیں اور ان میں درج ذیل رشتہ ہے:

$$E = m c^2 \quad (6.20)$$

جہاں c خلا میں روشنی کی چال ہے جو تقریباً $3\times10^8 m s^{-1}$ کے برابر ہے۔ اس طرح محض ایک کلوگرام مادے کی توانائی میں تبدیلی سے حاصل ہونے والی توانائی کی مقدار حیرت زدہ کردینے والی ہے:

$$E = 1\times (3 \times10^8)^2 \text{ J} = 9\times 10^{16} \text{ J}$$

یہ ایک بہت بڑے پیمانے پر بجلی پیدا کرنے والے بجلی گھر کی سالانہ پیداوار کے مساوی ہے۔

6.10.5 نیوکلیر توانائی (Nuclear Energy)

ایک طرف جہاں نوع انسانی کے ذریعے بنائے گئے نہایت تباہ کن ہتھیار انشقاق (fission) اور گداخت (fusion) بم درج بالا کمیت۔ توانائی کی معادلت [مساوات (6.20)] کا اظہار ہیں، وہیں دوسری طرف سورج کے ذریعے پیدا ہوئی زندگی کی پرورش کرنے والی توانائی کی تشریح بھی بالا مساوات پر ہی مبنی ہے۔

جدول **6.3** مختلف مظاہر سے منسلک کی قریب ترین قدریں

بیان	توانائی (J)
بگ بینگ	10^{68}
گیلکسی کے ذریعے اپنے عہد حیات میں خارج ریڈیو توانائی	10^{55}
کہکشاں (Milky Way) کی گردشی توانائی	10^{52}
سوپر نوا دھماکے میں خارج شدہ توانائی	10^{44}
بحر اعظم کی ہائیڈروجن کا گداخت	10^{34}
زمین کی گردشی توانائی	10^{29}
زمین پر واقع سالانہ شمسی توانائی	5×10^{24}
زمین کی سطح کے قریب سالانہ ہوا توانائی اسراف	10^{22}
انسان کے ذریعے دنیا میں استعمال کی گئی سالانہ توانائی	3×10^{20}
مدوجزر کے ذریعے سالانہ توانائی اسراف	10^{20}
15 میگاٹن گداخت بم کے ذریعے رہا شدہ توانائی	10^{17}
کسی بڑے برقی پیداوار پلانٹ کی سالانہ برقی پیداوار	10^{16}
طوفان برق و باراں کی توانائی	10^{15}
1000 kg کوئلے کے جلنے سے رہا شدہ توانائی	3×10^{10}
کسی بڑے جیٹ جہاز کی حرکی توانائی	10^{9}
1 لیٹر گیسولین کے جلنے سے رہا شدہ توانائی	3×10^{7}
کسی بالغ انسان کی یومیہ غذائی خوراک	10^{7}
انسان کے دل کے ذریعے فی دھڑکن کیا گیا کام	0.5
اس کتاب کے صفحے کو پلٹنے میں کیا گیا کام	10^{-3}
پسّو کا پھدکنا	10^{-7}
کسی نیوران کے خروج (ڈسچارج) میں ضروری توانائی	10^{-10}
اس نیوکلیس میں پروٹان کی مخصوص توانائی	10^{-13}
کسی ایٹم میں الیکٹران کی مخصوص توانائی	10^{-18}
ڈی۔این۔اے۔ کے ایک بندھ کو توڑنے کے لیے ضروری توانائی	10^{-20}

اس میں ہائیڈروجن (^1_1H) کے چار ہلکے نیوکلیسوں کے گداخت کے ذریعے ایک ہیلیم نیوکلیس بنتا ہے جس کی کمیت ہائیڈروجن کے چاروں نیوکلیوں کی کل کمیتوں سے کم ہوتی ہے۔ یہ کمیت فرق جسے کمیتی نقص Δm (mass defect)، کہتے ہیں، توانائی ($\Delta m\ c^2$) کا ذریعہ ہے۔ انشقاق میں ایک بھاری نیوکلیسوں، جیسے یورینیم ($^{235}_{92}U$)، ایک نیوٹران کے ذریعے ہلکے میں تقسیم ہوجاتا ہے۔ اس عمل میں بھی آخری کمیت، ابتدائی کمیت سے کم ہوتی ہے اور یہ کمیتی نقص (یا فرق) توانائی میں منتقل ہوجاتا ہے۔ اس توانائی کا استعمال جہاں قابو یافتہ نیوکلیائی انشقاق تعامل پر مبنی نیوکلیر قوت پلانٹوں کے ذریعے برقی توانائی فراہم کرانے میں کیا جاتا ہے۔ وہیں دوسری جانب اسے ناقابو یافتہ نیوکلیر انشقاق تعامل پر مبنی تباہ کن نیوکلیر ہتھیاروں کے بنانے میں بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ صحیح معنی میں کسی کیمیائی تعامل میں رہا شدہ توانائی ΔE کو کمیتی خرابی (نقص) $\Delta m = \Delta E/c^2$ سے بھی وابستہ کیا جاسکتا ہے۔ تاہم کسی کیمیائی تعامل میں کمیت نقص نیوکلیر تعامل میں ہونے والے کمیت نقص سے بہت کم ہوتا ہے۔ جدول 6.3 میں الگ الگ واقعات اور مظاہر سے متعلق کل توانائیوں کو درج فہرست کیا گیا ہے۔

مثال 6.10 جدول 6.1 سے 6.3 تک کی جانچ کیجیے اور بتائیے (a) ڈی۔این۔اے۔ کے ایک بند کو توڑنے کے لیے درکار توانائی الیکٹران وولٹ میں؛ (b) ہوا کے ایک مالیکول کی حرکی توانائی (10^{-21} J) الیکٹران وولٹ میں، (c) کسی بالغ انسان کی یومیہ خوراک کلوکیلوری میں۔

جواب (a) ڈی۔این۔اے کے ایک بند کو توڑنے کے لیے درکار توانائی ہے :

$$\frac{10^{-20}\,\text{J}}{1.6\times10^{-19}\,\text{J/eV}} \simeq 0.06\,\text{eV}$$

جہاں علامت '$\simeq$' سے مراد تقریباً سے ہے۔

غور کیجیے 0.1eV = 100 meV (100 ملی الیکٹران وولٹ)

(b) ہوائی سالمہ کی حرکی توانائی ہے :

$$\frac{10^{-21}\,\text{J}}{1.6\times10^{-19}\,\text{J/eV}} \simeq 0.0062\ \text{eV}$$

جو کہ 6.2 meV کے برابر ہے۔

(c) بالغ انسان کی اوسط یومیہ خوراک کا صرف ہے :

$$\frac{10^{7}\,\text{J}}{4.2\times10^{3}\,\text{/Kcal}} = 2400\text{kcal}$$

یہاں ہم اخبارات ورسائل کے ذریعے پیش کیے جانے والے غلط العام تصورات کی طرف توجہ دلاتے ہیں۔ وہ غذا کی مقدار کا کیلوری میں ذکر کرتے ہیں اور ہمیں 2400 کیلوری سے کم خوراک لینے کی تجویز دیتے ہیں۔ جب کہ انہیں کہنا چاہیے کہ وہ کلو کیلوری (kcal) ہے نہ کہ کیلوری۔ 2400 کیلوری ہر دن استعمال کرنے والا شخص جلد ہی بھوکوں مرجائے گا! یا 1 غذائی کیلوری عام طور پر 1 کلو کیلوری ہی ہے۔

6.10.6 بقائے توانائی کا اصول (The Principle of Conservation of Energy)

ہم نے یہ دیکھا ہے کہ کسی بھی نظام کی میکانیکی توانائی برقرار رہتی ہے اگر اس پر عمل کرنے والی قوتیں برقراری ہیں۔ اگر کچھ عمل پذیر قوتیں غیر برقراری ہیں تو میکانیکی توانائی کا حصہ دوسری شکلوں جیسے حرارت، روشنی اور آواز میں بدل جاتا ہے۔ تاہم توانائی کی سبھی شکلوں پر توجہ دینے پر ہم پاتے ہیں کہ ایک جدا نظام کی کل توانائی تبدیل نہیں ہوتی۔ توانائی ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل ہوسکتی ہے لیکن کسی علاحدہ نظام کی کل توانائی مستقل رہتی ہے۔ توانائی نہ تو پیدا کی جاسکتی ہے اور نہ ہی ضائع۔

چونکہ پوری کائنات کو ایک جدا نظام کے طور پر دیکھا جاسکتا ہے لہٰذا کائنات کی کل توانائی مستقل ہے۔ اگر کائنات کے ایک حصے میں

توانائی کا نقصان ہوتا ہے تو دوسرے حصے میں یکساں مقدار میں توانائی کا اضافہ ہونا چاہیے۔

توانائی کی بقا کے اصول کو ثابت نہیں کیا جا سکتا ہے۔ تاہم، اس اصول کی خلاف ورزی کی کوئی صورتحال سامنے نہیں آئی ہے۔ توانائی کی بقا اور مختلف شکلوں میں توانائی کی منتقلی کے تصور طبیعیات، کیمیا اور حیاتیات وغیرہ سائنس کی مختلف شاخوں کو باہمی طور پر وابستہ کردیتے ہیں۔ یہ سائنسی دریافت یا جستجو میں یکجائی اور استحکام کے عنصر فراہم کرتا ہے۔ انجینئرنگ کے لحاظ سے سبھی برقی، مواصلاتی اور میکانکی آلات، توانائی تبدیلی کی کسی نہ کسی شکل پر انحصار کرتے ہیں۔

6.11 طاقت (POWER)

اکثر صرف یہ جاننا ہی کافی نہیں ہے کہ کسی جسم یا شے پر کتنا کام کیا گیا بلکہ یہ جاننا بھی ضروری ہے کہ یہ کام کسی شرح سے کیا گیا ہے۔ اگر کوئی شخص صرف کسی عمارت کی چار منزلوں تک چڑھ ہی نہیں جاتا ہے بلکہ وہ ان پر تیزی سے چڑھ جاتا ہے تو ہم کہتے ہیں کہ وہ شخص جسمانی طور پر صحت مند ہے۔ لہٰذا **طاقت** کی تعریف اس شرح وقت سے کرتے ہیں جس سے کام کیا گیا یا توانائی منتقل ہوئی۔

کسی قوت کی اوسط طاقت اس قوت کے ذریعے کیے گئے کام W اور اس میں لگے وقت t کے تناسب سے معین کرتے ہیں۔ لہٰذا:

$$P_{av} = \frac{W}{t}$$

ساعتی طاقت کی تعریف اوسط طاقت کی انتہائی قدر کے طور پر کرتے ہیں جب کہ وقت صفر کے نزدیک تر ہو۔

$$P = \frac{dW}{dt} \qquad (6.21)$$

جہاں نقل میں $\mathbf{dr}$ میں قوت $\mathbf{F}$ کے ذریعے کیا گیا کام $dW = \mathbf{F}.\mathbf{dr}$ ہوتا ہے۔ ساعتی طاقت کو درج ذیل طور پر بھی ظاہر کر سکتے ہیں،

$$P = \mathbf{F}.\frac{\mathbf{dr}}{dt}$$

$$= \mathbf{F}.\mathbf{v} \qquad (6.22)$$

جہاں $\mathbf{v}$ ساعتی رفتار ہے جب کہ قوت $\mathbf{F}$ ہے۔

کام اور توانائی کی طرح طاقت بھی ایک عدد یہ مقدار ہے۔ اس کی SI اکائی واٹ (W) اور ابعاد $[ML^2T^{-3}]$ ہیں۔ 1W کی مقدار $1J\ s^{-1}$ کے برابر ہوتی ہے۔ اٹھارہویں صدی کے بھاپ انجن کے موجدین میں سے ایک، جیمس واٹ کے نام پر طاقت کی اکائی واٹ (W) رکھی گئی ہے۔

طاقت کی بہت پرانی اکائی ہارس پاور (hp) ہے۔

$$1\ hp = 746\ W$$

یہ اکائی آج بھی کار، موٹر بائیک وغیرہ کے آوٹ پٹ (برآمد) صلاحیت کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔

جب ہم برقی سامان جیسے بلب، ہیٹر اور ریفریجریٹر وغیرہ خریدتے ہیں تو ہمیں اکائی واٹ سے بھی سامنا پڑتا ہے۔ ایک 100 واٹ کا بلب 10 گھنٹے میں ایک کلوواٹ گھنٹہ برقی توانائی کا اسراف کرتا ہے۔

یعنی 100 (واٹ) × 10 (گھنٹے)

= 1000 واٹ گھنٹہ

= 1 کلوواٹ گھنٹہ (kWh)

$10^3\ (W) \times 3600\ (s)$

$= 3.6 \times 10^6\ J$

ہمارے بجلی کے بلوں میں توانائی کا خرچ kWh کی اکائی میں دکھایا جاتا ہے۔ غور کریں کہ kWh توانائی کی اکائی ہے نہ کہ طاقت کی۔

مثال 6.11 کوئی لفٹ جو زیادہ سے زیادہ کمیت (لفٹ+سواری) 1800 kg اٹھا سکتی ہے، اوپر کی طرف $2\ ms^{-1}$ کی مستقل چال سے متحرک ہے۔ 4000 N کی رگڑ قوت اس کی حرکت کی مخالفت کرتی ہے۔ لفٹ کو موٹر کے ذریعے فراہم کی گئی اقل طاقت کی تحسیب واٹ اور ہارس پاور میں کیجیے۔

جواب لفٹ نیچے کی جانب لگنے والی قوت

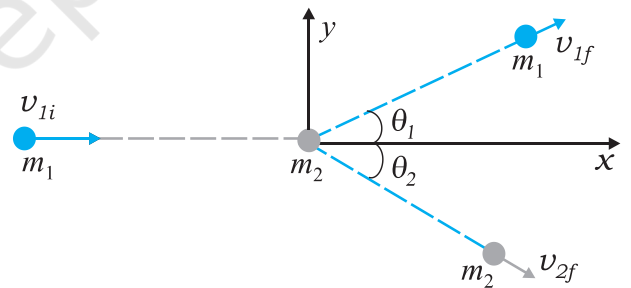
$$F = mg + F_f = (1800 \times 10) + 4000 = 22000\ N$$

موٹر کے ذریعے کم سے کم اتنی طاقت فراہم کی جانی چاہیے جو اس قوت کو متوازن کر سکے۔

$$P = \mathbf{F}.\mathbf{v} = 22000 \times 2 = 44000\ W = 59\ hp$$

6.12 تصادمات (COLLISIONS)

طبیعیات میں ہم حرکت (مقام میں تبدیلی) کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ساتھ ہی ساتھ ہم ایسی طبیعی مقداروں کو دریافت کرتے ہیں جو ایک طبیعی عمل میں تبدیل نہیں ہوتی ہیں۔ توانائی اور تحرک کی بقا کے قانون اس کی اچھی مثالیں ہیں۔ اس حصہ میں ہم ان قوانین کو اکثر سامنے آنے والے مظاہر میں، استعمال کریں گے جنھیں تصادم (collision) کہتے ہیں۔ مختلف کھیلوں جیسے بلیرڈ، ماربل یا کیرم وغیرہ میں تصادم ایک ضروری عنصر ہے۔ اب ہم کسی دو کمیتوں کے مثالی تصادم کا مطالعہ کریں گے۔

مان لیجیے کہ دو کمیتیں m_1 اور m_2 ہیں جس میں ذرہ m_1 چال v_{1i} سے متحرک ہے جہاں نیچے لکھا ہوا 'i' ابتدائی چال کو ظاہر کرتا ہے۔ دوسری کمیت m_2 کو ہم حالتِ سکون میں فرض کرسکتے ہیں۔ اس انتخاب سے کسی بھی عام ضابطہ کی خلاف ورزی نہیں ہوگی۔ اس صورت میں کمیت m_1 دوسری کمیت m_2 سے جو سکون کی حالت میں ہے تصادم کرتا ہے۔ اس کو شکل 6.10 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 6.10 ایک متحرک کمیت m_1 کا کمیت m_2 (جو حالتِ سکون میں ہے) سے تصادم

تصادم کے بعد کمیت m_1 اور m_2 مختلف سمتوں میں حرکت کرتے ہیں اور ہم دیکھیں گے کہ کمیتوں اور ان کے معیارِ حرکت اور حوالیہ فریم کے لحاظ سے زاویوں میں ایک متعین رشتہ ہے۔

6.12.1 لچک دار اور غیر لچک دار تصادمات (Elastic and Inelastic Collisions)

سبھی تصادموں میں نظام کے کل عظیم معیارِ حرکت کی بقا ہے یعنی نظام کا ابتدائی معیارِ حرکت اس کے آخری معیارِ حرکت کے برابر ہوتا ہے۔ اسے درج ذیل طور پر ثابت کیا جاسکتا ہے۔ جب دو جسم (شے) تصادم کرتے ہیں تو تصادم وقت Δt میں عمل پذیر باہمی جھٹکا لگانے والی قوتیں (Impulsive)، ان کے باہمی معیارِ حرکت میں تبدیلی لانے کا باعث ہوتی ہیں۔ یعنی

$$\Delta \mathbf{p}_1 = \mathbf{F}_{12}\, \Delta t$$

$$\Delta \mathbf{p}_2 = \mathbf{F}_{21}\, \Delta t$$

جہاں $\mathbf{F}_{12}$ دوسرے جسم کے ذریعے پہلے جسم پر لگائی گئی قوت ہے۔ اسی طرح $\mathbf{F}_{21}$ پہلے جسم کے ذریعے دوسرے جسم پر لگائی گئی قوت ہے۔ نیوٹن کی حرکت کے تیسرے قانون کے مطابق $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ ہوتا ہے۔ یہ ظاہر کرتا ہے کہ

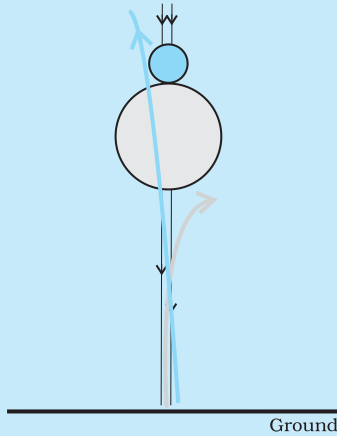
$$\Delta \mathbf{p}_1 + \Delta \mathbf{p}_2 = 0$$

گو کہ قوتیں تصادم وقت Δt کے دوران پیچیدہ طور پر تبدیل ہوتی ہیں پھر بھی درج بالا نتیجہ صحیح ہے۔ چونکہ نیوٹن کا تیسرا قانون ہر ایک ساعت پر صحیح ہے لہٰذا پہلے جسم پر لگا کل جھٹکا دوسرے جسم پر لگے جھٹکے کے برابر اور مخالف سمت میں ہوگا۔

دوسری طرف نظام کی کل حرکی توانائی کی لازمی طور پر بقا نہیں ہوتی ہے۔ تصادم کے دوران ٹکر اور تخریب سے حرارت اور آواز پیدا ہوسکتی ہے۔ ابتدائی حرکی توانائی کا کچھ حصہ توانائی کی دوسری شکلوں میں تبدیل ہوجاتا ہے۔ 'دبی ہوئی اسپرنگ' کی اصطلاح میں تصادم کے دوران تخریب کی تصویر کشی ایک مفید طریقہ ہے۔ اگر درج بالا دونوں کمیتوں کو جوڑنے والی اسپرنگ بغیر کسی توانائی نقصان کے اپنی اصل شکل حاصل کرلیتی ہے تو اجسام کی ابتدائی حرکی توانائی ان کی آخری حرکی توانائی کے برابر ہوگی۔ لیکن تصادم وقت Δt کے دوران حرکی توانائی مستقلہ نہیں رہتی۔ اس طرح کے تصادم کو **لچکدار تصادم (elastic collision)** کہتے ہیں۔ دوسری طرف اگر تخریب دور نہیں ہوتی ہے اور تصادم کے بعد دونوں اجسام حرکت کریں تو اس طرح کے تصادم کو مکمل طور پر **غیر لچکدار تصادم (completely inelastic collision)** کہتے ہیں۔ اس کے

ہیڈ آن تصادم پر ایک تجربہ

افقی سطح پر تصادم کے تجربہ میں ہم تین مشکلات کا سامنا کرتے ہیں۔ ایک تو یہ کہ رگڑ کی وجہ سے جسم یکساں رفتار میں نہیں ہوتا۔ دوسرا یہ کہ اگر دو مختلف سائز کے جسم آپس میں ٹکراتے ہیں تو ہیڈ آن تصادم کے لیے اسے ترتیب دینا بہت مشکل ہوتا ہے جب تک کہ ان کے کمیت کے مراکز سطح سے یکساں اونچائی پر نہ ہوں۔ تیسرا یہ کہ تصادم سے پہلے اور بعد میں دونوں اجسام کی رفتار کی جانکاری کافی مشکل ہوتی ہے۔

اسی تجربہ کو عمودی سمت میں کرنے سے یہ تینوں مشکلات آسانی سے حل ہو جاتی ہیں۔ دو گیندیں لیں، جس میں ایک وزنی ہو (باسکٹ بال، فٹ بال، والی بال) اور دوسری ہلکی ہو (ٹینس بال، ربر بال، ٹیبل ٹینس گیند)۔ پہلے وزنی بال لیں اور کچھ اونچائی (مانا 1 m) سے گرائیں اور سطح سے کتنا اوپر اٹھتی ہے اسے نوٹ کرلیں۔ اس سے سطح کے قریب ٹکرانے سے فوراً پہلے اور فوراً بعد رفتاریں معلوم ہو جائیں گی۔ ($V^2 = 2gh$ استعمال کریں)۔ اس طرح بحالی مستقلہ (coefficient of restritution) کا پتہ چل جائے گا۔

اب ہم ایک بڑی اور چھوٹی گیند اپنے ہاتھ میں ایک اوپر اور دوسری نیچے رکھتے ہیں۔ وزنی گیند نیچے اور ہلکی گیند اوپر ہے۔ دونوں کو ایک ساتھ اس طرح گراتے ہیں کہ دونوں ساتھ رہیں۔ اب ہم دیکھتے ہیں کہ وزنی گیند جسے علاحدہ گرایا گیا تھا اس کے بالمقابل کم اونچائی تک جاتا ہے جبکہ ہلکی گیند تقریباً 3m تک اوپر چلی جاتی ہے۔ تھوڑی سی مشق سے آپ گیندوں کو مناسب طور پر ہاتھ میں پکڑ سکیں گے، تاکہ مقابلتاً ہلکی گیند ٹکرانے کے بعد عمودی سمت میں اوپر آئے اور دائیں بائیں نہ جائے۔ یہی ہیڈ آن تصادم کی مثال ہے۔

اس طرح ہم اچھے نتیجہ کے لیے اور بہتر گیندوں کا استعمال کر سکتے ہیں۔ ان کی کمیت ہم معیاری ترازو سے معلوم کر سکتے ہیں۔ اب اسے ہم آپ کے لیے چھوڑ دیتے ہیں کہ آپ کس طرح گیند کی ابتدائی اور آخری رفتار معلوم کرتے ہیں۔

علاوہ عام طور پر درمیانی حالت دیکھنے کو ملتی ہے۔ جب تخریب جزوی طور پر کم ہوجاتی ہے اور ابتدائی حرکی توانائی کا جزوی طور پر نقصان ہوجاتا ہے تو اسے مناسب طور پر **غیر لچکدار تصادم (inelastic collision)** کہتے ہیں۔

6.12.2 یک جہتی تصادمات (Collisions in One Dimenion)

سب سے پہلے ہم یک بعد میں مکمل **غیر لچکدار تصادم** کی حالت کا مطالعہ کرتے ہیں۔ اب، شکل 9.10 میں :

$$\theta_1 = \theta_2 = 0$$

$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f$$ [معیارِ حرکت بقا کے قانون سے]

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \qquad (6.23)$$

تصادم میں حرکی توانائی کا نقصان

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2$$

(مساوات (6.23) کے ذریعے)

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)} v_{1i}^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 \left[1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2$$

جو کہ توقع کے مطابق ایک مثبت مقدار ہے۔

آیئے، اب لچکدار تصادم کی حالت کا مطالعہ کرتے ہیں۔ درج بالا

علمی اصطلاحات کے استعمال کے ساتھ $\theta_1 = \theta_2 = 0$ لینے پر، خطی معیارِ حرکت اور حرکی توانائی کی بقا کی مساواتیں درج ذیل ہیں۔

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (6.24)$$

$$m_1 v_{1i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 \quad (6.25)$$

مساوات (6.24) اور مساوات (6.25) سے ہم حاصل کرتے ہیں،

$$m_1 v_{1i}(v_{2f} - v_{1i}) = m_1 v_{1f}(v_{2f} - v_{1f})$$

یا

$$v_{2f}(v_{1i} - v_{1f}) = v_{1i}^2 - v_{1f}^2$$

$$= (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f})$$

$$\therefore v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} \quad (6.26)$$

اسے مساوات (6.24) میں رکھنے پر ہم حاصل کرتے ہیں،

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (6.27)$$

اور

$$v_{2f} = \frac{2m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} \quad (6.28)$$

اس طرح 'نا معلوم' مقداریں (v_{1f}, v_{2f})، 'معلوم' مقداروں (m_1, m_2, v_{1i}) کی اصطلاحات میں حاصل ہوگئی ہیں۔ آیئے، اب دیکھتے ہیں کہ درج بالا تجزیے سے خصوصی حالات میں دلچسپ نتیجے حاصل ہوتے ہیں۔

حالت I : اگر دونوں کمیتیں مساوی ہیں یعنی $m_1 = m_2$ تب

$$v_{1f} = 0, \; v_{2f} = v_{1i}$$

یعنی پہلی کمیت سکون کی حالت میں آجاتی ہے اور تصادم کے بعد دوسری کمیت، پہلی کمیت (جو پہلے حالتِ سکون میں تھی) کی ابتدائی رفتار حاصل کر لیتی ہے۔

حالت II : اگر ایک جسم کی کمیت دوسرے جسم کی کمیت سے بہت زیادہ ہے، یعنی $m_2 >> m_1$؛ تب

$$v_1 \sim - v_{1i} \quad v_{2f} = 0$$

بھاری کمیت کی حالت ویسی ہی رہتی ہے جب کہ ہلکی کمیت کی رفتار کی سمت پلٹ جاتی ہے۔

مثال 6.12 نیوٹران کی سست رفتاری: کسی نیوکلیری ری ایکٹر میں تیز چال کے نیوٹران (خصوصی رفتار 10^7 m s^{-1}) کو 10^3 ms^{-1} کی رفتار تک سست کر دی جانی چاہیے تاکہ نیوٹران کا یورینیم کے ہم جا $^{235}_{92}U$ سے بین عمل کرنے کا احتمال زیادہ ہوجائے اور نیوکلیر انشقاق تعامل (Nuclear Fission Reaction) ہوجائے۔ ثابت کیجیے کہ نیوٹران ایک ہلکے نیوکلیس جیسے ڈیوٹیریم یا کاربن جس کی کمیت نیوٹران کی کمیت کا محض کچھ گنا (تقریباً برابر) ہے، سے لچکدار تصادم کرنے میں اپنی زیادہ تر حرکی توانائی کا نقصان کر دیتا ہے۔ ایسی اشیا کو، جیسے بھاری پانی (D_2O) یا گریفائیٹ، جو نیوٹرانوں کی حرکت کو سست کر دیتے ہیں 'ماڈریٹر' کہتے ہیں۔

جواب نیوٹران کی ابتدائی حرکی توانائی ہے

$$K_{1i} = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

جب کہ مساوات (6.27) سے اس کی آخری حرکی توانائی ہے،

$$K_{1f} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 v_{1i}^2$$

کسری حرکی توانائی کا نقصان ہے،

$$f_1 = \frac{K_{1f}}{K_{1i}} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

جب کہ ماڈریٹر نیوکلیانوں کی حرکی توانائی K_{2f} / K_{1i} کے ذریعے کسری حرکی توانائی میں اضافہ درج ذیل مساوات سے حاصل ہوتا ہے:

(لچکدار تصادم) $$(f_2 = 1 - f_1)$$

$$= \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

درج بالا نتیجے کی مساوات (6.28) کے ذریعے بھی توثیق کی جاسکتی ہے۔

ڈیوٹیریم کے لیے، $m_2 = 2\ m_1$ اور ہم حاصل کرتے ہیں $f_1 = 1/9$ جب کہ $f_2 = 8/9$ ہے۔ لہٰذا نیوٹران کی تقریباً 90% توانائی ڈیوٹیریم کو منتقل ہوجاتی ہے۔ کاربن کے لیے $f_1 = 71.6\%$ اور $f_2 = 28.4\%$ ہے۔ حالانکہ عملاً سیدھا تصادم شاذونادر ہونے کے سبب یہ عدد کافی کم ہوتا ہے۔

اگر دونوں اجسام کی ابتدائی و آخری رفتار ایک ہی خطِ مستقیم میں ہو تو اسے ہم یک ابعادی تصادم یا ہیڈ آن تصادم کہتے ہیں۔ چھوٹے کرّوی نما جسم میں جب جسم 1 دوسرے جسم 2 جو حالت سکون میں ہے، کے مرکز سے گذرے تبھی یہ تصادم ممکن ہوتا ہے۔ عام طور پر تصادم دوابعادی ہوتا ہے جب ابتدائی رفتار اور آخری رفتار ایک ہی مستوی میں ہوتی ہیں۔

6.12.3 دوجہتی تصادمات (Collisions in Two Dimensions)

شکل 6.10 کمیت m_2 سے جو حالتِ سکون میں ہے، متحرک کمیت m_1 کے تصادم کی تصویر کشی کرتی ہے۔ اس طرح کے تصادم میں خطی معیار حرکت برقرار رہتا ہے۔ چونکہ معیار حرکت ایک سمتیہ مقدار ہے، لہٰذا یہ تین سمتوں $\{x, y, z\}$ کے لیے تین مساوات کا اظہار کرتا ہے۔ تصادم کے بعد m_1 اور m_2 کی آخری رفتاروں کی سمتوں کی بنیاد پر مستوی کا تعین کیجیے اور مان لیجیے کہ یہ x-y مستوی ہے۔ خطی معیار حرکت کے z جزو کی برقراری یہ ظاہر کرتی ہے کہ مکمل تصادم x-y مستوی میں ہے۔ x- جز اور y- جز کی مساواتیں درج ذیل ہیں،

$$m_1 \upsilon_{1i} = m_1 \upsilon_{1f} \cos\theta_1 + m_2\, \upsilon_{2f} \cos\theta_2 \qquad (6.29)$$

$$0 = m_1\, \upsilon_{1f} \sin\theta_1 - m_2 \upsilon_{2f} \sin\theta_2 \qquad (6.30)$$

زیادہ تر حالتوں میں یہ مانا جاتا ہے کہ $\{m_1,\ m_2, \upsilon_{1i}\}$، معلوم ہیں۔ لہٰذا تصادم کے بعد ہمیں چار نامعلوم مقداریں $\{\upsilon_{1f}, \upsilon_{2f}, \theta_1$ اور $\theta_2\}$ حاصل ہوتی ہیں جب کہ ہمارے پاس محض دو مساواتیں ہیں۔ اگر $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ہم پھر یک جہتی تصادم کے لیے مساوات (6.24) حاصل کر لیتے ہیں۔

اب اگر تصادم لچکدار ہے تو

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_{1i}^{\ 2} = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_{1f}^{\ 2} + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_{2f}^{\ 2} \qquad (6.31)$$

یہ ہمیں مساوات (6.29) اور (6.30) کے علاوہ ایک اور مساوات دیتا ہے۔ لیکن ابھی بھی ہمارے پاس سبھی نامعلوم مقداروں کا پتہ لگانے کے لیے ایک مساوات کم ہے۔ لہٰذا مسئلہ کو حل کرنے کے لیے، چار نامعلوم قدروں میں سے کم سے کم ایک اور قدر (فرض کیجیے θ) معلوم ہونی چاہیے۔ مثال کے لیے زاویہ θ_1 کا تعین ایک شناخت کار (detector) کو زاویائی طرز میں x– محور سے y– محور تک گھما کر کیا جاسکتا ہے۔ دیے گئے $\{m_1,\ m_2,\ V_{1i},\ \theta_1\}$ کی معلوم قدروں سے ہم مساوات (6.29)–(6.31) کا استعمال کر کے $(\upsilon_{1f},\ \upsilon_{2f},\ \theta_2)$ کا تعین کر سکتے ہیں۔

مثال 6.13 مان لیجیے کہ شکل 6.10 میں دکھایا گیا تصادم بلیرڈ کی یکساں کمیت $(m_1 = m_2)$ والی دو گیندوں کے درمیان ہوا ہے جس میں پہلی گیند کیو (ڈنڈا) کہلاتی ہے اور دوسری گیند ہدف کہلاتی ہے۔ کھلاڑی ہدف گیند کو $\theta_2 = 37^0$ کے زاویے پر کونے میں لگی تھیلی میں گرانا چاہتا ہے۔ جو کہ 37^0 θ کے زاویے پر ہے یہاں مان لیجیے کہ تصادم لچکدار ہے اور رگڑ اور گردشی حرکت اہم نہیں ہیں۔ زاویہ θ_1 معلوم کیجیے۔

جواب چونکہ کمیت مساوی ہیں لہٰذا معیارِ حرکت کی بقا مطابق

$$\mathbf{v}_{1i} = \mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}$$

$$\mathbf{v}_{1i}^{\ 2} = \left(\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}\right)\cdot\left(\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}\right)$$

$$= \upsilon_{1f}^{\ 2} + \upsilon_{2f}^{\ 2} + 2\mathbf{v}_{1f}.\mathbf{v}_{2f}$$

$$= \left\{ v_{1f}^{\ 2} + v_{2f}^{\ 2} + 2v_{1f}v_{2f} \cos\ (\theta_1 + 37°) \right\} \qquad (6.32)$$

چونکہ تصادم لچکدار ہے اور کمیت $m_1 = m_2$ ہے، حرکی بقائے توانائی کی مساوات (6.31) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے،

$$\upsilon_{1i}^2 = \upsilon_{1f}^2 + \upsilon_{2f}^2 \qquad (6.33)$$

درج بالا دونوں مساوات (6.32) اور (6.33) کا موازنہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\cos(\theta_1 + 37^0) = 0$$

یا

$$\theta_1 + 37^0 = 90^0$$

اس طرح $\theta_1 = 53^0$

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ جب برابر کمیت کے دو اجسام جن میں سے ایک حالتِ سکون میں ہے، سرسری طور پر (glancing) لچکدار تصادم کرتے ہیں تو تصادم کے بعد دونوں ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بناتے ہوئے حرکت کریں گے۔

اگر ہم یہ مان لیں کہ کمیتیں کرّوی ہیں اور ان کی سطحیں چکنی ہیں اور تصادم تب ہی ہوتا ہے جب دونوں اجسام ایک دوسرے کے تماس میں آتے ہیں، تو معاملہ کافی آسان ہوجاتا ہے۔ ماربل، کیرم اور بلیّرڈ کھیل میں یہی ہوتا ہے۔

ہم روزمرّہ کی زندگی میں دیکھتے ہیں کہ تصادم اُسی وقت عمل میں آتے ہیں جب دو اجسام میں آپس میں تماس (contact) میں ہوتے ہیں۔ لیکن اگر ہم ایک دم دار تارہ کی مثال لیں جو کافی دوری سے سورج کی طرف آتا ہے یا α -ذرّہ جو نیوکلیس کی طرف آ کر کسی دوسری سمت میں چلا جاتا ہے۔ یہاں ہمیں ایسی قوتوں کی بات کرنی ہوگی جو دور سے ہی اثر انداز ہوتی ہیں۔ اس طرح کے واقعہ کو انتشار (Scattering) کہتے ہیں۔ دو ذرّات کی تبدیل شدہ سمت اور رفتار، ان کی ابتدائی رفتاروں، تصادم کی قسم، ان کی کمیتوں، شکلوں اور سائزوں پر منحصر ہوتی ہیں۔

خلاصہ

1۔ کام۔ توانائی تھیوریم کے مطابق کسی جسم کی حرکی توانائی میں تبدیلی اس پر لگائی گئی کل قوت کے ذریعے کیا گیا کام ہے۔

$$K_f - K_i = W_{net}$$

2۔ کوئی قوت برقراری کہلاتی ہے اگر (a) اس کے ذریعے کسی جسم پر کیا گیا کام راہ پر منحصر نہ ہو کر صرف سرے کے نقاط $\{x_i, x_j\}$ پر منحصر ہوتا ہے، یا (b) قوت کے ذریعے کیا گیا کام صفر ہوتا ہے، جب جسم اختیاری طور پر منتخب بند راہ پر اس طرح حرکت کرتا ہے کہ اپنی ابتدائی حالت پر واپس آجاتا ہے۔

3۔ یک بعد میں برقراری قوت کے لیے قوۃ توانائی تفاعل $V(x)$ کی تعریف اس طرح کر سکتے ہیں،

$$f(x) = -\frac{dv(x)}{dx}$$

یا

$$v_i - v_f = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$$

4۔ میکانیکی توانائی کی بقا کے اصول کے مطابق، اگر کسی جسم پر صرف برقراری قوتیں کام کرتی ہیں تو جسم کی کل میکانیکی توانائی مستقل رہتی ہے۔

5۔ m کمیت کے کسی ذرے کی زمین کی سطح سے x اونچائی پر مادی کشش توانائی بالقوۃ $V(x) = mgx$ ہوتی ہے، جہاں اونچائی کے ساتھ g کی قدر میں تبدیلی قابلِ نظر انداز ہے۔

6۔ k قوت مستقلہ والے اسپرنگ، جس میں کھنچاؤ x ہے، کی لچکدار توانائی بالقوۃ ہوتی ہے،

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

7۔ دو سمتیہ مقداروں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کا عددیہ (غیر سمتی) حاصلِ ضرب یا ڈاٹ پراڈکٹ $\vec{A}.\vec{B}$ لکھا جاتا ہے اور یہ غیر سمتی مقدار (عددیہ) ہوتا ہے۔ $\vec{A}.\vec{B} = AB \cos\theta$، یہاں زاویہ θ، A اور B کے درمیان زاویہ ہے۔ یہ مثبت، منفی یا صفر بھی ہوسکتا ہے۔ دو سمتیوں کا عددیہ حاصلِ ضرب کو ایک سمتیہ کی عددی قدر اور دوسرے سمتیہ کے، پہلے سمتیہ کی سمت میں جز کے حاصلِ ضرب کے بہ طور بھی سمجھا جاسکتا ہے۔ اکائی سمتیوں کے لیے

$$\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1 \text{ اور } \hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 0$$

غیر سمتی (عددیہ) حاصلِ ضرب تقلیبی اور تقسیمی قانونوں کی پابندی کرتا ہے

طبیعی مقدار	علامت	ابعاد	اکائی	تبصرہ
کام	W	$[M\ L^2\ T^{-2}]$	جول (J)	$W = \mathbf{F.d}$
حرکی توانائی	K	$[M\ L^2\ T^{-2}]$	جول (J)	$k = \frac{1}{2}mv^2$
توانائی بالقوۃ	$V(x)$	$[M\ L^2\ T^{-2}]$	جول (J)	$F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$
میکانیکی توانائی	E	$[M\ L^2\ T^{-2}]$	جول (J)	$E = K + V$
اسپرنگ مستقلہ	k	$[M\ T^{-2}]$	نیوٹن میٹر $(N\ m^{-1})$	$F = -kx$ $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$
طاقت	P	$[M\ L^2\ T^{-3}]$	واٹ (W)	$P = \mathbf{F.v}$ $P = \frac{dW}{dt}$

قابلِ غور نکات

1۔ جزو جملہ 'کیے گئے کام کا شمار کیجیے' نامکمل ہے۔ ہمیں خصوصی قوت یا قوتوں کے مجموعے کے ذریعے کسی جسم کے متعین نقل میں کیے گئے کام کو واضح طور پر بیان کرنا چاہیے (یا حوالہ دیتے ہوئے صاف اشارہ دینا چاہیے)۔

2۔ کیا گیا کام ایک عددیہ مقدار ہے۔ یہ طبیعی مقدار مثبت یا منفی ہوسکتی ہے، جب کہ کمیت اور حرکی توانائی مثبت عددیہ مقداریں ہیں۔ کسی جسم پر رگڑ یا مزوجی قوت کے ذریعے کیا گیا کام منفی ہوتا ہے۔

3۔ نیوٹن کے تیسرے قانون کے مطابق، دو اجسام کے درمیان باہمی طور پر ایک دوسرے پر لگائی قوتوں کی جمع صفر ہوتی ہے۔

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

لیکن یہ لازمی نہیں ہے کہ دونوں قوتوں کے ذریعے کیے گئے کام ایک دوسری کی تنسیخ کر دیں۔ یعنی

$$w_{12} + w_{21} \# 0$$

4۔ لیکن یہ کبھی صحیح بھی ہوسکتا ہے۔

کبھی کبھی ایک قوت کے ذریعے کیے گئے کام کی تحسیب کرنا اس وقت بھی ممکن ہوتا ہے جب ہمیں قوتوں کی درست طبع نہیں بھی معلوم ہو۔ یہ مثال 6.1 سے واضح ہوجاتا ہے جہاں ایسی صورت میں کام۔ توانائی مسئلہ استعمال کیا گیا ہے۔

5۔ کام۔ توانائی تھیوریم نیوٹن کے دوسرے قانون کے غیر تابع نہیں ہے۔ کام توانائی مسئلہ کو، نیوٹن کے دوسرے قانون کی عدد یہ شکل میں سمجھا جاسکتا ہے۔ میکانکی توانائی کی بقا کے اصول کو، برقراری قوتوں کے لیے کام۔ توانائی مسئلہ کے ایک اہم نتیجے کی شکل میں سمجھا جاسکتا ہے۔

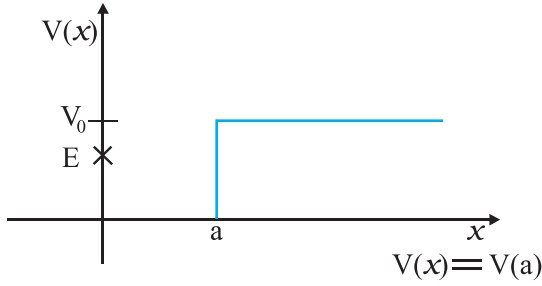
6۔ کام۔ توانائی تھیوریم سبھی جمودی فریموں (inertial frames) میں لاگو ہوتی ہے۔ اسے غیر جمودی فریموں (non inertial frames) میں بھی لاگو کیا جاسکتا ہے اگر زیر غور جسم پر لگائی گئی کل قوتوں کے شمار میں بناوٹی قوت کے اثر کو بھی شامل کرلیا جائے۔

7۔ برقراری قوتوں کے تحت کسی جسم کی توانائی بالقوۃ ہمیشہ کسی مستقلہ تک غیر متعین رہتی ہے۔ مثال کے لیے، کسی جسم کی توانائی بالقوۃ کس نقطہ پر صفر لینی ہے، یہ صرف اختیاری طور پر چنے گئے نقطے پر منحصر ہوتا ہے۔ جیسے مادی کشش توانائی بالقوۃ mgh کے لیے حالت میں صفر نقطہ زمین کی سطح پر لیا گیا ہے۔ اسپرنگ کے لیے جس کی توانائی بالقوۃ $\frac{1}{2}\ k\ x^2$ ہے، صفر نقطہ، اہتزازی کمیت کے مقامِ توازن کو لیا گیا ہے۔

8۔ میکانیات میں یہ ضروری نہیں ہے کہ ہر ایک قوت سے وابستہ ایک بالقوۃ توانائی ہو۔ مثال کے لیے، رگڑ قوت کے ذریعے کسی بند راہ میں کیا گیا کام صفر نہیں ہے اور نہ ہی رگڑ قوت سے توانائی بالقوۃ کو منسلک کیا جاسکتا ہے۔

9۔ کسی تصادم کے دوران: (a) تصادم کے ہر ایک لمحے میں جسم کا کل خطی معیار حرکت برقرار رہتا ہے، (b) حرکی توانائی کی بقا (خواہ تصادم لچکدار ہی ہو) تصادم کے ختم ہونے کے بعد ہی لاگو ہوتی ہے اور تصادم کی ہر ایک ساعت کے لیے لاگو نہیں ہوتا ہے۔ درحقیقت تصادم کرنے والے دونوں اجسام تخریبی ہوجاتے ہیں اور ہوسکتا ہے ساعت بھر کے لیے ایک دوسرے کی نسبت سکون کی حالت میں ہوں۔

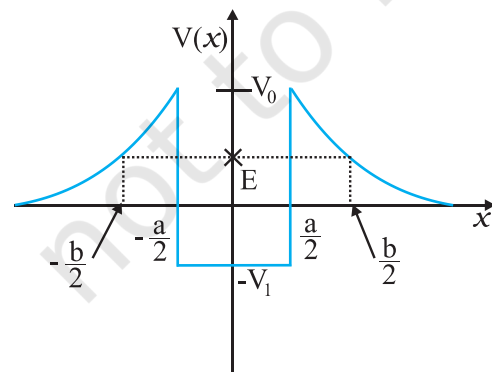
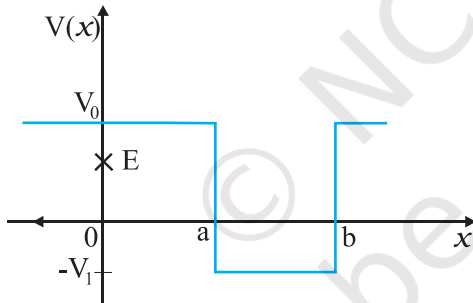
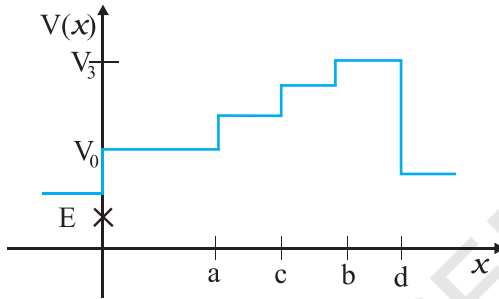
مشق

6.1 کسی شے پر کسی قوت کے ذریعے کیے گئے کام کی علامت سمجھنا اہم ہے۔سوچ کر بتائیے کہ درج ذیل مقداریں مثبت ہیں یا منفی:

(a) کسی شخص کے ذریعے کسی کنویں میں سے بالٹی کو رسی کے ذریعے باہر نکالنے میں کیا گیا کام،

(b) درج بالا حالت میں ارضی کشش قوت کے ذریعے کیا گیا کام،

(c) کسی مائل مستوی پر پھسلتی ہوئی کسی شے پر رگڑ کے ذریعے کیا گیا کام،

(d) کسی کھردری افقی سطح پر یکساں رفتار سے متحرک کسی شے پر لگائی گئی قوت کے ذریعے کیا گیا کام،

(e) کسی مرتعش پنڈولم کو سکون کی حالت میں لانے کے لیے ہوا کی مزاحم قوت کے ذریعے کیا گیا کام،

شکل **6.11**

6.2 2 kg کمیت کی کوئی شے جو شروع میں سکونی حالت میں ہے، 7 N کی کسی افقی قوت کے اثر سے ایک میز پر حرکت کرتی ہے۔ میز کی حرکی رگڑ کا ضربیہ 0.1 ہے۔ درج ذیل کا شمار کیجیے اور اپنے نتائج کی تشریح کیجیے:

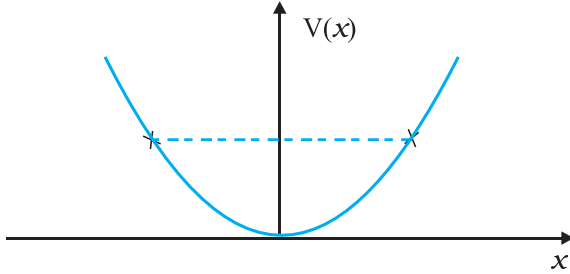
(a) لگائی گئی قوت کے ذریعے 10 s میں کیا گیا کام،

(b) رگڑ کے ذریعے 10 s میں کیا گیا کام،

(c) شے پر کل قوت کے ذریعے 10 s میں کیا گیا کام،

(d) شے کی حرکی توانائی میں 10 s میں تبدیلی،

اپنے جوابات کی وضاحت کیجیے۔

6.3 شکل 6.11 میں کچھ یک جہتی توانائی بالقوۃ تفاعلات کی مثالیں دی گئی ہیں۔ ذرے کی کل توانائی عمودی محور پر کراس کے ذریعے ظاہر کی گئی ہے۔ ہر ایک حالت میں، ایسے خطوں کی نشاندہی کیجیے، اگر کوئی ہیں تو، جن میں دی گئی توانائی کے لیے ذرے کو نہیں پایا جا سکتا۔ اس کے

علاوہ ذرے کی اس کل کم ترین توانائی کی بھی نشاندہی کیجیے جو ذرّہ میں ہوگی ہی۔ کچھ ایسے طبیعی حوالوں کے بارے میں بھی غور کیجیے جن کے لیے یہ توانائی بالقوۃ کی شکلیں موزوں ہوں۔

شکل 6.12

6.4 ایک خطی سادہ ہارمونک حرکت (linear simple harmonicmotion) کر رہے ذرے کا توانائی بالقوۃ تفاعل $V(x) = \frac{1}{2} k\,x^2$ ہے جہاں K اہتزاز کار کا قوت مستقلہ ہے۔ $k = 0.5\ N\ m^{-1}$ کے لیے $V(x)$ اور x کے درمیان گراف شکل 6.12 میں دکھائی گئی ہے۔ یہ دکھایئے کہ اس قوۃ کے تحت متحرک کل 1J توانائی والے ذرے کو ضرور ہی 'واپس آنا' چاہیے جب یہ $x = +2$ پر پہنچتا ہے۔

شکل 6.13

6.5 درج ذیل کا جواب دیجیے :

(a) کسی راکٹ کا بیرونی غلاف اڑان کے دوران رگڑ کے سبب جل جاتا ہے۔ جلنے کے لیے ضروری حرارتی توانائی کس کی توانائی سے حاصل ہوتی ہے؟ راکٹ کی یا ماحول کی ؟

(b) دم دار سیارے سورج کے چاروں طرف بہت زیادہ بیضوی مداروں میں گھومتے ہیں۔ عمومی طور پر دم دار ستارہ (comet) پر سورج کی ارضی کشش قوت دم دار سیارے کی رفتار کے عمودی نہیں ہوتی۔ پھر بھی دم دار سیارے کے پورے مدار میں مادی کشش قوت کے ذریعے کیا گیا کام صفر ہوتا ہے۔ کیوں؟

(c) زمین کے چاروں طرف بہت ہی باریک کرہ ہوا میں گھومتے ہوئے کسی مصنوعی سیارے کی توانائی دھیرے دھیرے کرہ ہوا کی مزاحمت (چاہے وہ کتنی ہی کم کیوں نہ ہو) کے خلاف کام کرنے کے سبب کم ہوتی جاتی ہے۔ پھر بھی جیسے جیسے مصنوعی سیارہ زمین کے قریب آتا ہے تو اس کی چال میں لگاتار اضافہ کیوں ہوتا ہے؟

(d) شکل 6.13(i) میں ایک شخص اپنے ہاتھوں میں 15 kg کی کمیت لے کر 2 m چلتا ہے۔ شکل (ii) 6.13 میں وہ اتنی ہی دوری اپنے پیچھے رسی کو کھینچتے ہوئے چلتا ہے۔ رسی گھرنی پر چڑھی ہوئی ہے اور اس کے دوسرے سرے پر 15kg کی کمیت لٹکا ہوا ہے۔ تحسیب کیجیے کہ کس حالت میں کیا گیا کام زیادہ ہے؟

6.6 صحیح متبادل کے نیچے لائن کھینچیے :

(a) جب کوئی برقراری قوت کسی شے پر مثبت کام کرتی ہے تو شے کی توانائی بالقوۃ بڑھتی ہے/گھٹتی ہے/غیر تبدیل رہتی ہے۔

(b) کسی شے کے ذریعے رگڑ کے خلاف کیے گئے کام کا نتیجہ ہمیشہ اس کی حرکی/ بالقوۃ توانائی میں نقصان ہوتا ہے۔

(c) ذرّات کی کثیر تعداد پر مشتمل نظام کے کُل معیارِ حرکت کی شرحِ تبدیلی (Rate of change) نظام پر لگ رہی بیرونی قوت/ اندرونی قوتوں کے جوڑ کے متناسب ہوتی ہے۔

(d) دو اجسام کے غیر لچکدار تصادم میں وہ مقداریں جو تصادم کے بعد نہیں بدلتی ہیں؛ نظام کی کل حرکی توانائی/کل خطی معیار حرکت/کل توانائی ہیں۔

6.7 یہ بتائیے کہ درج ذیل بیان صحیح ہیں یا غلط۔ اپنے جواب کے لیے سبب بھی بتائیے۔

(a) دو اجسام کے لچکدار تصادم میں ہر ایک جسم کے معیارِ حرکت اور اس کی توانائی دونوں کی بقا ہوتی ہے۔

(b) کسی جسم پر چاہے کوئی بھی اندرونی اور بیرونی قوتیں کیوں نہ لگ رہی ہوں، نظام کی کل توانائی کی ہمیشہ بقا ہوتی ہے۔

(c) کسی بند لوپ میں کسی جسم کی حرکت میں کیا گیا کام ہر قدرتی قوت کے لیے صفر ہوتا ہے۔

(d) کسی غیر لچکدار تصادم میں کسی نظام کی آخری حرکی توانائی، ابتدائی حرکی توانائی سے ہمیشہ کم ہوتی ہے۔

6.8 درج ذیل کا جواب مع اسباب کے دیجیے :

(a) دو بلیرڈ گیندوں کے لچکدار تصادم میں، کیا گیندوں کے تصادم کی قلیل مدت میں (جب وہ تماس میں ہوتی ہیں) کل حرکی توانائی برقرار رہتی ہے؟

(b) دو گیندوں کے لچکدار تصادم کی قلیل مدت میں کل خطی معیارِ حرکت (total linear momentum) برقرار رہتا ہے۔

(c) کسی غیر لچکدار تصادم کے لیے سوال (a) اور (b) کے لیے آپ کے جواب کیا ہیں؟

(d) اگر دو بلیرڈ گیندوں کی توانائی بالقوۃ صرف ان کے مراکز کے درمیان کی دوری پر منحصر ہوتی ہے تو کیا تصادم لچکدار ہوگا یا غیر لچکدار۔ (غور کیجیے کہ یہاں ہم تصادم کے دوران قوت کے موافق توانائی بالقوۃ کی بات کر رہے ہیں، نہ کہ مادّی کشش قوۃ توانائی کی)

6.9 کوئی جسم سکون کی حالت سے مستقل اسراع سے یک جہتی حرکت کرتا ہے۔ اس کی وقت t میں دی گئی طاقت متناسب ہے،

(i) $t^{1/2}$ (ii) t (iii) $t^{3/2}$ (iv) t^2

6.10 ایک جسم مستقلہ طاقت کے وسیلے کے اثر سے ایک ہی سمت میں متحرک ہے۔ اس کا t وقت میں نقل، متناسب ہے،

(i) $t^{1/2}$ (ii) t (iii) $t^{3/2}$ (iv) t^2

6.11 کسی جسم پر مستقل قوت **F** لگا کر اسے کسی سمتی نظام کے مطابق z - محور کی سمت میں حرکت کرنے کے لیے پابند کیا گیا

ہے جو اس طرح ہے،

$$\mathbf{F} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + 3\hat{\mathbf{k}})\ \text{N}$$

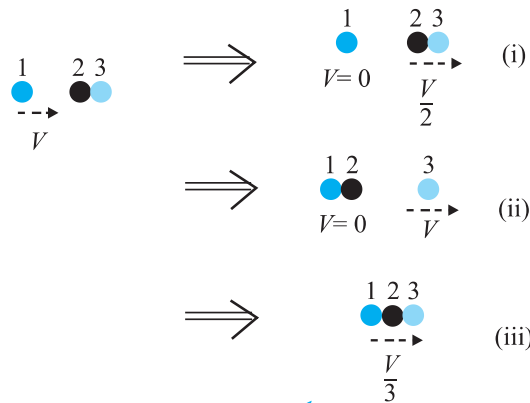
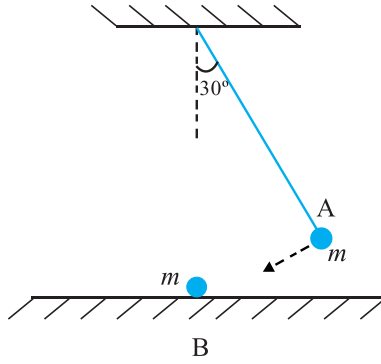
جہاں $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ علی الترتیب x-،y- اور z- محور کی سمت میں اکائی سمتیہ ہیں۔ اس شے کو z- محور پر 4 m کی دوری تک حرکت کرنے کے لیے لگائی گئی قوت کے ذریعے کیا گیا کام کتنا ہوگا؟

6.12 کسی کاسمک رے تجربے میں ایک الیکٹران اور ایک پروٹان کی دریافت ہوتی ہے جس میں پہلے ذرے کی حرکی توانائی 10 keV ہے اور دوسرے ذرے کی حرکی توانائی 100 keV ہے۔ ان میں کون سا تیز ترین ہے، الیکٹران یا پروٹان؟ ان کی چالوں کا تناسب معلوم کیجیے۔ الیکٹران کی کمیت $= 9.11 \times 10^{-31} kg$، پروٹان کی کمیت 1.67×10^{-27} kg، $1\ \text{eV} = 1.60 \times 10^{-19}\text{J}$

6.13 2 mm نصف قطر کی بارش کی کوئی بوند زمین سے 500 m کی اونچائی سے زمین پر گرتی ہے۔ یہ اپنی ابتدائی اونچائی کے آدھے حصے تک (ہوا کے لزوجی مزاحمت ہونے کے سبب) گھٹتے اسراع کے ساتھ گرتی ہے اور اپنی زیادہ سے زیادہ (حدی) چال حاصل کر لیتی ہے اور اس کے بعد یکساں چال سے حرکت کرتی ہے۔ بارش کی بوند پر اس کے سفر کے پہلے دوسرے نصف حصوں میں ارضی کشش قوت کے ذریعے کیا گیا کام کتنا ہوگا؟ اگر بوند کی چال زمین تک پہنچنے پر $10\ \text{m s}^{-1}$ ہے تو مکمل سفر میں مزاحم قوت کے ذریعے کیا گیا کام کتنا ہوگا؟

6.14 ایک گیس سے بھرے برتن میں کوئی سالمہ $200\ \text{ms}^{-1}$ کی چال سے، عمود کے ساتھ 30° کا زاویہ بناتا ہوا، دیوار سے ٹکرا کر پھر اسی چال سے واپس ہو جاتا ہے۔ کیا اس تصادم میں معیارِ حرکت کی بقا ہوتی ہے؟ یہ تصادم لچکدار ہے یا غیر لچکدار؟

6.15 کسی عمارت کی زمینی سطح پر لگا کوئی پمپ $30\ \text{m}^3$ حجم کی پانی کی ٹنکی کو 15 منٹ میں بھر دیتا ہے۔ اگر ٹنکی زمینی سطح سے 40 m اوپر ہو اور پمپ کی استعداد (efficiency) 30% ہو تو پمپ کے ذریعے کتنی برقی طاقت کا استعمال کیا گیا؟

6.16 دو مماثل بال بیرنگ ایک دوسرے کے تماس میں ہیں اور کسی بے رگڑ میز پر سکون کی حالت میں ہیں۔ ان کے ساتھ یکساں کمیت کی کوئی اور دوسری بال بیرنگ جو V چال سے متحرک ہے، سامنے سے تصادم کرتی ہے۔ اگر تصادم لچکدار ہے تو تصادم کے بعد درج ذیل (شکل 6.14) میں کون سا نتیجہ ممکن ہے؟

شکل **6.14**

6.17 ایک پینڈولم کا بوب A، جو عمود سے 30^0 کا زاویہ بناتا ہے، چھوڑے جانے پر میز پر، سکون کی حالت میں رکھّے، یکساں کمیت کے بوب B سے ٹکراتا ہے جیسا کہ شکل 6.15 میں ظاہر کیا گیا ہے۔ معلوم کیجیے کہ تصادم کے بعد بوب A کتنا اونچا اٹھتا ہے؟ بوب کے سائز کو نظرانداز کیجیے اور مان لیجیے کہ تصادم لچکدار ہے۔

شکل 6.15

6.18 کسی پینڈولم کے بوب کو افقی حالت A سے چھوڑا گیا ہے جس کو شکل 6.17 میں دکھایا گیا ہے۔ اگر پینڈولم کی لمبائی 1.5 m ہے تو نچلے نقطے B پر آنے پر بوب کی چال کیا ہوگی؟ یہ دیا گیا ہے کہ اس کی ابتدائی توانائی کا 5% حصہ ہوا مزاحمت کے خلاف صرف ہو جاتا ہے۔

6.19 300 kg کمیت کی کوئی ٹرالی 25 kg ریت کا بورا لیے ہوئے کسی بے رگڑ راہ پر 27 km h کی یکساں چال سے متحرک ہے۔ کچھ وقت کے بعد بورے میں کسی سوراخ سے ریت $0.05\ \mathrm{kgs^{-1}}$ کی شرح سے نکل کر ٹرالی کی فرش پر رسنے لگتی ہے۔ ریت کا بورا خالی ہونے کے بعد ٹرالی کی چال کیا ہوگی؟

6.20 0.5 kg کمیت کا ایک ذرہ $v = a\,x^{3/2}$ چال سے خط مستقیم پر حرکت کرتا ہے جہاں $a = 5\ m^{-1/2}\ \mathrm{s}^{-1}$ ہے۔ $x = 0$ سے $x = 2\mathrm{m}$ تک اس کے نقل میں کل قوت کے ذریعے کیا گیا کام کتنا ہوگا؟

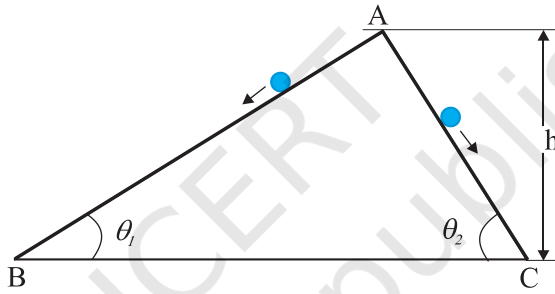
6.21 کسی ہوا چکی کی پنکھڑیاں (blades)، رقبہ A کے دائرے جتنا رقبہ طے کرتی ہیں۔ (a) اگر ہوا v رفتار سے دائرے کی عمودی سمت میں بہتی ہے تو t وقت میں اس سے گزرنے والی ہوا کی کمیت کیا ہوگی؟ (b) ہوا کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟ (c) مان لیجیے ہوا چکی ہوا کی 25% توانائی کو برقی توانائی میں منتقل کر دیتی ہے اور $A = 30\ \mathrm{m^2}$، $v = 36\ \mathrm{km\ h^{-1}}$ اور ہوا کی کثافت $1.2\ \mathrm{kg\ m^{-3}}$ ہے۔ پیدا ہوئی برقی طاقت کا شمار کیجیے۔

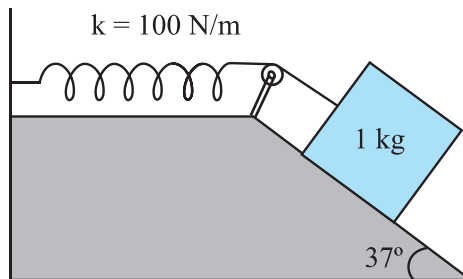
6.22 کوئی شخص وزن کم کرنے کے لیے 10 kg کمیت کو 0.5 m کی اونچائی تک 1000 بار اٹھاتا ہے۔ مان لیجیے کہ ہر بار کمیت کو نیچے لانے میں کھوئی ہوئی توانائی بالقوۃ کا تنزل ہو جاتا ہے۔ (a) وہ مادّی کشش قوت کے خلاف کتنا کام کرتا ہے؟ (b) اگر چربی $3.8 \times 10^7\mathrm{J}$ توانائی فی کلوگرام فراہم کرتی ہو جو کہ 20% استعداد کی شرح سے میکانیکی توانائی میں تبدیل ہو جاتی ہے تو وہ کتنی چربی صرف کرے گا؟

6.23 کوئی بڑا کنبہ 8 kW برقی طاقت کا استعمال کرتا ہے۔ (a) کسی افقی سطح پر سیدھے واقع ہونے والی شمسی توانائی کی اوسط شرح $200\ \mathrm{W\ m^{-2}}$ ہے۔ اگر اس توانائی کا 20% حصہ مفید برقی توانائی میں تبدیل کیا جا سکتا ہے تو 8 kW کی برقی توانائی فراہمی کے لیے کتنے رقبے کی ضرورت ہوگی؟ (b) اس رقبے کا موازنہ کسی مخصوص عمارت کی چھت کے رقبے سے کیجیے۔

اضافی مشق

6.24 0.012 kg کمیت کی کوئی گولی $70\ ms^{-1}$ کی افقی چال سے چلتی ہوئی 0.4 kg کمیت کے لکڑی کے بلاک سے ٹکرا کر بلاک کے موافق فوری طور پر سکون کی حالت میں آجاتی ہے۔ بلاک کو چھت سے پتلے تاروں کے ذریعے لٹکایا گیا ہے۔ شمار کیجیے کہ بلاک کس اونچائی تک اوپر اٹھتا ہے؟ بلاک میں پیدا ہوئی حرارت کی مقدار کا بھی تخمینہ لگایئے۔

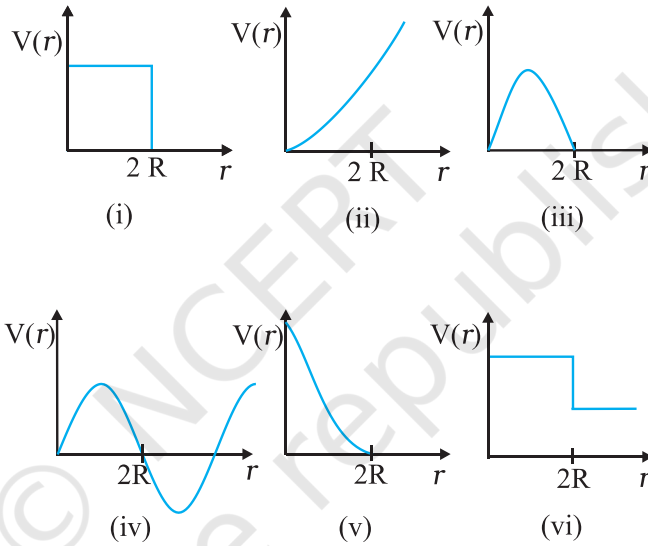
6.25 بے رگڑ مائل مستوی، جن میں سے ایک کی ڈھلان زیادہ ہے اور دوسرے کی ڈھلان کم ہے، نقطہ A پر ملتی ہیں۔ جہاں نقطہ A سے ہر ایک پر ایک ایک پتھر کو سکون کی حالت سے نیچے سرکایا جاتا ہے (شکل 6.16)۔ کیا وہ پتھر ایک ہی وقت پر نیچے پہنچیں گے؟ کیا وہ وہاں ایک ہی چال سے پہنچیں گے؟ تشریح کیجیے۔ اگر $\theta_1^0 = 30^0$، $\theta_2 = 60^0$ اور $h = 10\ m$ دیا ہے تو دونوں پتھروں کی چال اور ان کے ذریعے نیچے پہنچنے میں لیے گئے وقت کیا ہیں؟

شکل 6.16

6.26 ایک کھردری مائل مستوی پر رکھا ہوا 1 kg کمیت کا بلاک ایک $100\ N\ m^{-1}$ اسپرنگ بلاک کو مستقلہ والے اسپرنگ سے منسلک ہے۔ بلاک کو سکون کی حالت سے چھوڑا جاتا ہے جبکہ اسپرنگ اس وقت بغیر کھنچی ہوئی حالت میں ہے۔ بلاک سکون کی حالت میں آنے سے پہلے مائل مستوی پر 10 cm نیچے کھسک جاتا ہے۔ بلاک اور مائل مستوی کے درمیان رگڑ ضربیہ معلوم کیجیے۔ مان لیجیے کہ اسپرنگ کی کمیت برائے نام ہے اور گھرنی بے رگڑ ہے۔ (شکل 6.17)

شکل 6.17

6.27 0.3 kg کمیت کا کوئی بولٹ $7\ m\ s^{-1}$ کی یکساں چال سے نیچے آرہی کسی لفٹ کی چھت سے گرتا ہے۔ یہ لفٹ کے فرش سے ٹکراتا ہے۔ (لفٹ کی لمبائی = 3 m) اور واپس نہیں ہوتا ہے۔ ٹکر کے ذریعے کتنی حرارت پیدا ہوئی؟ اگر لفٹ ساکن ہوتی تو کیا

آپ کا جواب اس سے مختلف ہوتا؟

6.28 200 kg کمیت کی کوئی ٹرالی کسی بے رگڑ راہ پر $36\ km\ h^{-1}$ کی یکساں چال سے متحرک ہے۔ 20 kg کمیت کا کوئی بچہ ٹرالی کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک (10 m دور) ٹرالی کی مناسبت سے $4\ ms^{-1}$ کی چال سے ٹرالی کی حرکت کی مخالف سمت میں ڈوڑتا ہے اور ٹرالی سے باہر کود جاتا ہے۔ ٹرالی کی آخری چال کیا ہے؟ دوڑ شروع کرنے کے وقت سے ٹرالی نے کتنی دوری طے کی؟

6.29 نیچے دی گئی شکل 6.18 میں دیے گئے توانائی بالقوۃ خطوطِ منحنی (potential energy curves) میں سے کون سا منحنی ممکنہ طور پر دو بلیرڈ گیندوں کے لچکدار تصادم کو بیان نہیں کرے گا؟ یہاں r گیندوں کے درمیان کا فاصلہ ہے۔

شکل 6.18

6.30 سکونی حالت میں کسی آزاد نیوٹران کے تنزل پر غور کیجیے: $n \to p + e^-$

ظاہر کیجیے کہ اس طرح کے دوجسمی تنزل سے مستقل توانائی کا کوئی الیکٹران ضرور فراہم ہونا چاہیے اور اس لیے یہ کسی نیوٹران یا کسی نیوکلیس کے β تنزل میں مشاہدہ شدہ مسلسل توانائی تقسیم کی وضاحت نہیں کرسکتا (شکل 6.19)۔

نوٹ : اس مشق کا سادہ نتیجہ ان متعدد جوازوں میں سے ایک تھا جو ڈبلو-پالی نے β تنزل کے ماحصلات میں ایک تیسرے ذرّے کی موجودگی کی پیشین گوئی کرنے کے لیے پیش کیے تھے۔ یہ ذرّہ نیوٹرینو کہلاتا ہے۔ اب ہم جانتے ہیں کہ یہ ایک ایسا ذرّہ ہے جس کی ذاتی اسپن (intrinsic spin) $\frac{1}{2}$ ہوتی ہے (p، e^- کی طرح) اور جس کی کمیت صفر ہوتی ہے یا بہت ہی کم ہوتی ہے، (الیکٹران کی کمیت کے مقابلے میں) اور جو مادہ سے بہت ہی کمزور باہم عمل کرتا ہے۔ نیوٹران کا درست تنزل عمل ہے:
$[n \to p + e^- + \bar{\nu}]$

ضمیمہ 6.1 ٹہلنے میں صرف ہونے والی پاور کی کھپت

نیچے دیے گئے جدول میں 60 kg کمیت کے بالغ انسان کے ذریعے مختلف روز مرہ کی سرگرمیوں میں صرف کی گئی تقریبی طاقت درج فہرست کی گئی ہے۔

میکانیکی کام کا مطلب روزمرہ بول چال میں رائج لفظ 'کام' سے مختلف ہے۔ اگر کوئی عورت سر پر بھاری بوجھ لیے کھڑی ہے تو وہ تھک جائے گی لیکن اس عمل میں عورت نے کوئی میکانیکی کام نہیں کیا ہے۔ اس کا مطلب یہ بالکل نہیں ہے کہ انسان کے ذریعے عام سرگرمیوں میں کیے گئے کام کا تخمینہ لگا پانا ممکن نہیں ہے۔
غور کیجیے کہ کوئی شخص مستقل چال v_0 سے پیدل سیر کر رہا ہے۔ اس کے ذریعے کیے گئے میکانیکی کام کا تخمینہ، کام - توانائی تھیورم کے ذریعے آسانی سے کیا جاسکتا ہے۔ مان لیجیے:

جدول **6.4** صرف کی گئی تقریباً قوت

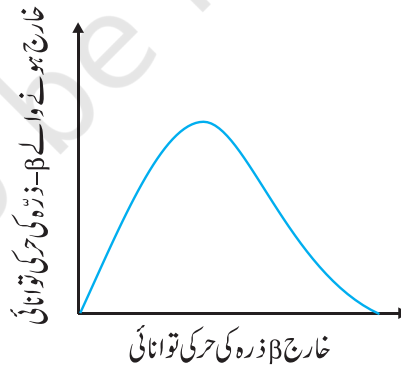
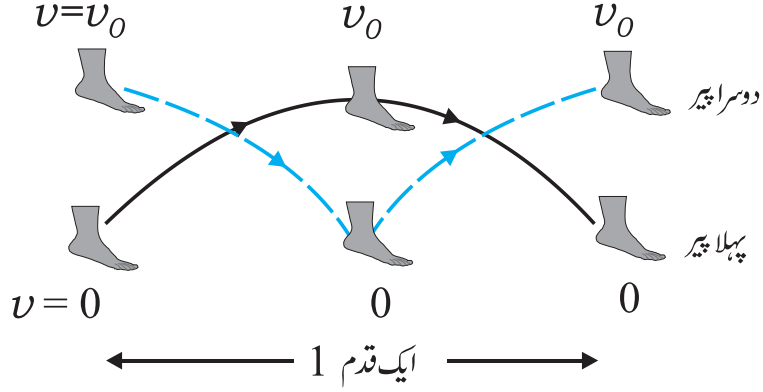
سرگرمی	طاقت (w)
حالت نیند	75
آہستہ خرامی	200
سائیکل چلانا	500
دل کی دھڑکن	1.2

(a) پیدل سیر میں کیے گئے کام میں اہم حصّہ ہر قدم کے ساتھ ٹانگوں کے اسراع اور ابطاء (decelerate) کا ہے۔ (شکل 6.10 دیکھیے)

(b) ہوائی مزاحمت نظرانداز کر دیں۔

(c) ٹانگوں کو زمینی کشش قوت کے خلاف اٹھانے میں کیا گیا تھوڑا سا کام نظرانداز کریں۔

(d) ٹہلنے میں ہاتھوں کا ہلانا جو ایک عام بات ہے، اسے بھی نظرانداز کریں۔

جیسا کہ ہم شکل 6.20 میں دیکھ سکتے ہیں کہ ہر ایک قدم بھرنے میں ٹانگ سکون کی حالت سے کچھ چال اختیار کرتی ہے (جو ٹہلنے کی چال کے تقریباً برابر ہے) اور پھر سکون کی حالت میں لائی جاتی ہے۔

شکل **6.19**

شکل 6.20 ٹھلنے میں کسی ایک قدم کی تشریح جب کہ ایک ٹانگ زمین کی سطح سے زیادہ سے زیادہ دور اور دوسری ٹانگ زمین پر ھوتی ھے اور اس کے برعکس بھی یہ بات درست ھے۔

لہٰذا کام۔توانائی مسئلہ سے ہر ایک لمبا قدم بھرنے میں ہر ایک ٹانگ کے ذریعے کیا گیا کام $m_1\ v_0^2$ ہوگا۔ یہاں ٹانگ کی کمیت ہے۔نوٹ کریں کہ $m_l\ v_0^2$ ٹانگ کے عضلات کے ذریعے پیر کو سکون کی حالت سے چال v_0 تک لانے میں خرچ کی گئی توانائی ہے جب کہ تکمیلی ٹانگ کے عضلات کے ذریعے دوسرے پیر کی چال v_0 سے سکون کی حالت میں لانے میں خرچ کی گئی اضافی توانائی $m_l v_0^2/2$ ہے۔لہٰذا دونوں ٹانگوں کے ذریعے ایک قدم بھرنے میں کیا گیا کام ہے۔(شکل 6.10 کا غور سے مطالعہ کریں)

$$W_s = 2m_l v_0^2 \qquad (6.34)$$

مان لیجیے $m_l = 10\ \text{kg}$ اور دھیمی رفتار سے 9 منٹ میں 1 میل دوڑنا، یعنی SI اکائی میں $3\ \text{m s}^{-1}$ لہٰذا $v_0 = 3\ \text{m s}^{-1}$

$$W_s = 180 \text{ جول/قدم}$$

اگر ہم ایک قدم میں طے کی گئی راہ کی لمبائی 2 m لیتے ہیں تب کوئی شخص $3\ \text{ms}^{-1}$ کی چال سے 1.5 قدم فی سیکنڈ بھرتا ہے۔اس طرح صرف کی گئی طاقت

$$P = 180 \frac{\text{J}}{\text{قدم}} \times 1.5 \frac{\text{ایک قدم کی لمبائی}}{\text{سیکنڈ}}$$

$$= 270\ \text{W}$$

یہاں ہمیں خیال رکھنا چاہیے کہ صرف کی گئی طاقت کا تخمینہ حقیقی قدر سے کافی کم ہے کیونکہ اس طریقہ میں طاقت کے نقصان کے مختلف عوامل جیسے ہاتھوں کا ہلنا، ہوا مزاحم وغیرہ کو نظرانداز کیا گیا ہے۔اس کے علاوہ ایک دلچسپ بات یہ ہے کہ ہم نے متوقع مختلف قوتوں کو بھی شمار میں کوئی اہمیت نہیں دی ہے۔ان قوتوں میں سے خاص طور پر قوت رگڑ اور جسم کے دیگر عضلات کے ذریعے ٹانگ پر لگنے والی قوتوں کا شمار کر پانا مشکل ہے۔ساکت رگڑ یہاں کوئی کام نہیں کرتا ہے اور ہم کام۔توانائی تھیورم کا استعمال کر کے عضلات کے ذریعے کیے گئے کام کے شمار کے نہایت مشکل کام سے باہر نکل آتے ہیں۔اس طرح، ہم پہیے کا فائدہ دیکھ سکتے ہیں۔ پہیہ انسان کو بغیر کسی شروعات کے بے رکاوٹ حرکت فراہم کرتا ہے۔